

MODEL PREDATOR-PREY DENGAN KONTROL OPTIMAL PADA BUDIDAYA BAWANG MERAH

Rohman Prasetyo Wibowo

Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi Terapan, Universitas
Ahmad Dahlan, Yogyakarta

Yudi Ari Adi*

Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi Terapan, Universitas
Ahmad Dahlan, Yogyakarta
yudi.adi@math.uad.ac.id

ABSTRACT. Shallot farming creates a predator–prey interaction between leaf miner flies as pests and pesticides as control agents applied by farmers. This article discusses the application of a predator–prey mathematical model to shallot cultivation in Selopamioro Village, Imogiri, Bantul. The interaction between predator and prey is mathematically formulated using the Holling-Tanner response function and analyzed numerically using the fourth-order Runge-Kutta method to examine equilibrium point stability. The model is further developed by introducing optimal control in the form of manual pest removal and reduced insecticide dosage, aiming to improve shallot productivity through more effective pest management. The state and co-state conditions are solved using the Forward–Backward Sweep method based on the fourth-order Runge-Kutta on the Hamiltonian function. Simulation results show that the implementation of control significantly reduces the leaf miner fly population from 997 to 141 individuals and decreases the duration of insecticide application from 39 days to just 10 days.

Keywords: Predator–prey model, Holling-Tanner, pest control, optimal control, shallot farming.

ABSTRAK. Lahan pertanian bawang merah menciptakan interaksi predator–prey antara lalat pengorok daun sebagai hama dan pestisida sebagai agen pengendali yang digunakan oleh petani. Artikel ini membahas penerapan model matematika predator–prey pada budidaya bawang merah di Kalurahan Selopamioro, Imogiri, Bantul. Interaksi antara predator dan prey dimodelkan secara matematis menggunakan fungsi respon Holling-Tanner, dengan pendekatan numerik melalui metode Runge-Kutta orde empat untuk menganalisis kestabilan titik ekuilibrium. Model kemudian dikembangkan dengan penambahan kontrol optimal berupa pengambilan hama secara manual oleh manusia dan pengurangan dosis insektisida, dengan tujuan meningkatkan produktivitas bawang merah melalui pengendalian hama yang lebih efektif. Penyelesaian kondisi *state* dan *co-state* dilakukan menggunakan metode *Forward–Backward Sweep* berbasis Runge-Kutta orde empat pada fungsi Hamiltonian. Hasil simulasi menunjukkan bahwa penerapan kontrol secara signifikan menurunkan populasi lalat pengorok daun, dari 997 ekor menjadi 141 ekor, serta mengurangi kebutuhan penggunaan insektisida dari 39 hari menjadi 10 hari

Kata Kunci: Model predator–prey, Holling-Tanner, pengendalian hama, kontrol optimal, pertanian bawang merah.

*Penulis Korespondensi

Info Artikel : dikirim 20 April 2025; direvisi 9 Juni 2025; diterima 26 Juni 2025.

1. PENDAHULUAN

Budidaya bawang merah (*Allium cepa*) memiliki peran strategis dalam mendukung ketahanan pangan dan perekonomian masyarakat, khususnya di daerah pedesaan seperti Selopamioro, Imogiri, Bantul (Selopamioro.com, 2013; Kemendag RI, 2020). Selain nilai ekonomis yang tinggi, bawang merah juga dikenal memiliki manfaat kesehatan (Sampath Kumar dkk., 2010), serta memerlukan manajemen budidaya yang cermat karena kerentanannya terhadap serangan hama.

Salah satu tantangan utama dalam budidaya bawang merah adalah serangan hama, khususnya lalat daun (*Liriomyza* spp.), yang dapat menurunkan hasil panen secara signifikan (Hasbuan, 2009; Mahardika dkk., 2019). Hama ini memiliki dinamika populasi yang kompleks dan sering kali sulit dikendalikan secara konvensional. Beberapa penelitian menunjukkan bahwa parasitoid alami seperti *Opius chromatomyiae* dapat membantu menekan populasi hama tersebut (Wahyuni dkk., 2017).

Model matematika telah digunakan secara luas untuk memahami interaksi antara tanaman, hama, dan musuh alaminya. Model predator-prey merupakan salah satu pendekatan yang efektif untuk memodelkan dinamika populasi hama dan musuh alaminya, seperti pada penelitian oleh Padilah dkk. (2018) dan Aditama dkk. (2024). Model ini memungkinkan analisis kuantitatif terhadap kestabilan populasi dan efektivitas strategi pengendalian hama. Penambahan pendekatan kontrol optimal dalam model predator-prey memberikan peluang untuk merancang strategi pengendalian yang efisien, misalnya penggunaan pestisida secara optimal (Taufiq & Agustito, 2019; Affandi, 2016). Selain itu, pendekatan numerik seperti metode Runge-Kutta juga sering digunakan untuk menyelesaikan model matematika yang tidak memiliki solusi analitik (Wijayanti dkk., 2011; Hernadi, 2017). Berbagai model predator-prey telah dikembangkan, mencakup aspek-aspek kompleks seperti fungsi respon nonlinier (Gaib & Ja'a, 2020), bifurkasi (Khan, Bukhari, & Almatrafi, 2022; Khan, Qureshi, & Alotaibi, 2022), efek hidra (Weide dkk., 2019), serta integrasi operator fraksional (Nonlaopon dkk., 2022; Yao dkk., 2022). Penelitian ini juga memanfaatkan

prinsip-prinsip dari teori kontrol optimal (Kirk, 2004) dan sistem dinamik (Ogata, 2004; Perko, 2001; Isder & Woude, 2003).

Berdasarkan latar belakang tersebut, penelitian ini bertujuan untuk membangun model predator-prey antara tanaman bawang merah, hama *Liriomyza* spp., dan musuh alaminya, dengan pendekatan kontrol optimal untuk pengendalian hama. Model ini diharapkan dapat memberikan wawasan teoritis dan praktis dalam pengelolaan budidaya bawang merah yang berkelanjutan dan efisien.

2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan pendekatan kuantitatif dengan mengembangkan model matematika predator-prey berbasis sistem persamaan diferensial, dilengkapi kontrol optimal. Objek penelitian adalah populasi tanaman bawang merah (*Allium ascalonicum* L.) dan lalat pengorok daun (*Liriomyza* spp.) di lahan pertanian Nawungan I, Kalurahan Selopamioro, Kapanewon Imogiri, Kabupaten Bantul, Daerah Istimewa Yogyakarta. Lahan observasi seluas 1.000 m² merupakan lokasi utama pengambilan data primer, yang diperoleh melalui pengamatan langsung. Selain itu, data sekunder digunakan untuk mendukung parameterisasi model dan validasi, dengan merujuk pada literatur dan hasil penelitian sebelumnya. Langkah-langkah pemodelan adalah sebagai berikut:

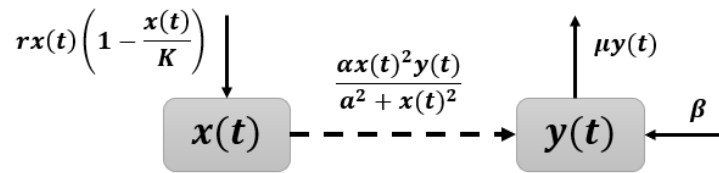
1. mengumpulkan data primer dari observasi populasi bawang merah dan lalat pengorok daun, serta data sekunder dari literatur;
2. menyusun model predator-prey dua spesies menggunakan fungsi respon Holling-Tanner;
3. menyederhanakan model untuk memperoleh titik ekuilibrium dan menganalisis kestabilannya;
4. melakukan simulasi numerik menggunakan metode Runge-Kutta orde empat;
5. menambahkan kontrol optimal berupa:
 $u_1(t)$: pengambilan manual hama oleh petani,
 $u_2(t)$: pengurangan dosis insektisida;

6. menyusun sistem Hamiltonian dan menentukan kondisi optimal dengan Prinsip Maksimum Pontryagin;
7. menyelesaikan sistem dengan metode Forward-Backward Sweep Runge-Kutta orde empat untuk melihat pengaruh kontrol terhadap populasi hama dan penggunaan insektisida.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Model Matematis *Predator-Prey*

Model *predator-prey* didasarkan pada asumsi bahwa manusia menggunakan insektisida sebagai pembasmi hama (*predator*), lalat pengorok daun (*prey*), dan bawang merah dengan menggunakan model pertumbuhan populasi dan fungsi respon Holling Tanner.



Gambar 1. Diagram Kompartemen Model *Predator Prey*

Berdasarkan Gambar 1 didapatkan model matematis yaitu :

$$\frac{dx(t)}{dt} = rx(t) \left(1 - \frac{x(t)}{K} \right) - \frac{\alpha x(t)^2 y(t)}{a^2 + x(t)^2} \quad (1)$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = \frac{\beta \alpha x(t)^2 y(t)}{a^2 + x(t)^2} - \mu y(t) \quad (2)$$

Tabel 1. Daftar Variabel dan Parameter

Simbol	Definisi
$x(t)$	Kepadatan spesies lalat pengorok daun (<i>prey</i>) saat waktu t
$y(t)$	Konsentrasi insektisida (<i>predator</i>) saat waktu t
α	Laju kematian lalat pengorok daun
a	Tingkat interaksi manusia dan lalat pengorok daun
r	Koefisien laju pertumbuhan <i>prey</i>
β	Laju konsentrasi insektisida oleh petani

μ	Laju kematian lalat pengorok daun akibat insektisida
K	<i>Carrying capacity</i> spesies <i>prey</i> atau batas maksimum populasi

Model tersebut dapat disederhanakan menjadi sistem nondimensi dalam persamaan berikut :

$$\frac{dx}{dt} = x(1 - x) - \frac{\alpha x^2 y}{a^2 + x^2}, \quad (3)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\beta \alpha x^2 y}{a^2 + x^2} - \mu y. \quad (4)$$

a. Titik Ekuilibrium dan Analisis Kestabilannya

Titik ekuilibrium diperoleh dengan membuat nol ruas kiri pada persamaan (3) dan (4). Persamaan (3) disederhanakan menjadi

$$x \left((1 - x) - \frac{\alpha x y}{a^2 + x^2} \right) = 0$$

sehingga $x = 0$ atau $y = \frac{(1-x)(a^2+x)}{\alpha x}$. Kemudian, substitusikan $x = 0$ ke persamaan (4), didapatkan

$$\frac{\beta \alpha (0)^2 y}{a^2 + (0)^2} - \mu y = 0,$$

sehingga diperoleh $y = 0$. Jadi, titik ekuilibriumnya adalah $E_0(x, y) = (0, 0)$.

Titik ekuilibrium kedua didapatkan dengan mensubstitusi

$$y = \frac{(1-x)(a^2+x)}{\alpha x}$$

ke persamaan (4). Karena syarat x dipilih nilai positif, maka dipilih

$$x = \sqrt{\frac{a^2 \mu}{\beta \alpha - \mu}},$$

sehingga diperoleh

$$E_1 \left(\sqrt{\frac{a^2 \mu}{\beta \alpha - \mu}}, \frac{\left(1 - \sqrt{\frac{a^2 \mu}{\beta \alpha - \mu}} \right) \left(a^2 + \sqrt{\frac{a^2 \mu}{\beta \alpha - \mu}} \right)}{\alpha \sqrt{\frac{a^2 \mu}{\beta \alpha - \mu}}} \right)$$

dengan titik kesetimbangan E_1 ada jika $\beta \alpha - \mu > 0 \Leftrightarrow \beta \alpha > \mu$. Titik ekuilibrium ketiga didapatkan dengan menyederhanakan persamaan (4), sehingga diperoleh

$y = 0$ atau $x = \sqrt{\frac{a^2\mu}{\beta\alpha-\mu}}$ yang kemudian disubstitusi ke persamaan (3), menghasilkan titik ekuilibrium $E_2(1,0)$.

Untuk menganalisis kestabilan titik ekuilibrium, sistem didekati secara linear melalui matriks Jacobian (J) berordo 2×2 , yang dibentuk dengan menghitung turunan parsial pertama dari fungsi-fungsi sistem berikut ini:

$$J_{11} = 1 - 2x - \frac{2x^3\alpha y + 2xa^2\alpha y - 2x^3}{x^4 + 2x^2a^2}$$

$$J_{12} = -\frac{\alpha x^2}{a^2 + x^2}$$

$$J_{21} = \frac{2a^2\beta\alpha xy}{x^4 + 2x^2a^2}$$

$$J_{22} = \frac{\beta\alpha x^2}{a^2 + x^2} - \mu$$

yang menghasilkan matriks Jacobian sebagai berikut :

$$J = \begin{pmatrix} 1 - 2x - \frac{2x^3\alpha y + 2xa^2\alpha y - 2x^3}{x^4 + 2x^2a^2} & -\frac{\alpha x^2}{a^2 + x^2} \\ \frac{2a^2\beta\alpha xy}{x^4 + 2x^2a^2} & \frac{\beta\alpha x^2}{a^2 + x^2} - \mu \end{pmatrix} \quad (5)$$

Substitusi titik ekuilibrium ke matriks Jacobian kemudian dianalisis kestabilannya menggunakan kriteria nilai eigen yang menghasilkan kestabilan pada Tabel 2 sebagai berikut :

Tabel 2. Kestabilan Titik Ekuilibrium

Titik	Kestabilan
$E_0(0, 0)$	Tidak stabil (<i>saddle point</i>)
$E_{11}\left(\sqrt{A}, \frac{(1-\sqrt{A})(a^2+\sqrt{A})}{\alpha\sqrt{A}}\right)$	Tidak stabil
$E_{12}\left(\sqrt{A}, \frac{(1-\sqrt{A})(a^2+\sqrt{A})}{\alpha\sqrt{A}}\right)$	Stabil
$E_{21}(1, 0)$	Stabil
$E_{22}(1, 0)$	Tidak stabil

b. Penyelesaian Kontrol Optimal

Model diberikan penambahan kontrol optimal sebagai berikut :

$$\frac{dx(t)}{dt} = rx(t) \left(1 - \frac{x(t)}{K}\right) - \frac{\alpha x(t)^2 y(t)}{a^2 + x(t)^2} - u_1(t)x(t) \quad (6)$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = \frac{\beta \alpha x(t)^2 y(t)}{a^2 + x(t)^2} - \mu y(t) - u_2(t)y(t) \quad (7)$$

dengan $x(0) > 0$ dan $y(0) > 0$. Kontrol $u_1(t)$ merupakan kontrol untuk meminimumkan pertumbuhan lalat pengorok daun dan $u_2(t)$ merupakan kontrol untuk meminimumkan penggunaan insektisida. Bentuk optimal untuk meminimumkan indeks performansi dengan kontrol $\mathbf{u}(t) = (u_1(t), u_2(t))$ sebagai berikut :

$$J(u_1, u_2) = \int_{t_0}^{t_f} \left[x(t) + y(t) + \frac{1}{2} (A_1 u_1^2(t) + A_2 u_2^2(t)) \right] dt \quad (8)$$

Fungsi objektif tersebut membentuk fungsi Lagrange yang bertujuan memaksimalkan produktivitas bawang merah dengan meminimumkan kerusakan akibat lalat pengorok daun dan meminimumkan penggunaan insektisida pada interval $[t_0, t_f]$.

$$J[u_1^*(t)u_2^*(t)] = \min_{u \in U} [J(u_1(t)u_2(t)) | u_1, u_2, u_3 \in U] \quad (9)$$

dengan

$$U = \{u_i(t) : 0 \leq u_i \leq 1, \text{ untuk } i = 1, 2 \text{ dan } t \in [t_0; t_f]\}.$$

Masalah kontrol optimal dapat diselesaikan dengan memenuhi kondisi dalam minimum pontryagin dengan menentukan bentuk hamiltonian berdasarkan fungsi tujuan dan persamaan *state* berikut :

$$\begin{aligned} H[x(t), y(t), \lambda(t), t] &= f[x(t), y(t), t] + \sum_{k=1}^n \lambda_k g_k[x(t), y(t), t] \\ &= f[x(t), y(t), t] + \sum_{k=1}^2 \lambda_{1,2} g_{1,2}[x(t), y(t), t] \\ &= f[x(t), y(t), t] + \lambda_1 g_1[x(t), y(t), t] + \lambda_2 g_2[x(t), y(t), t] \end{aligned}$$

dengan $\lambda_1(t)$ dan $\lambda_2(t)$ merupakan variabel *co-state* sebagai berikut :

$$f[x(t), y(t), t] = x(t) + y(t) + \frac{1}{2} (A_1 u_1^2(t) + A_2 u_2^2(t))$$

dan persamaan (6) dan (7) sebagai berikut :

$$\lambda_1 g_1[x(t), y(t), t] = rx(t) \left(1 - \frac{x(t)}{K} \right) - \frac{\alpha x(t)^2 y(t)}{a^2 + x(t)^2} - u_1(t)x(t)$$

$$\lambda_2 g_2[x(t), y(t), t] = \frac{\beta \alpha x(t)^2 y(t)}{a^2 + x(t)^2} - \mu y(t) - u_2(t)y(t)$$

sehingga didapatkan persamaan Hamiltonian berikut :

$$\begin{aligned} H[x(t), y(t), \lambda(t), t] = & x(t) + y(t) + \frac{1}{2} [A_1 u_1^2(t) + A_2 u_2^2(t)] + \\ & \lambda_1(t) \left[rx(t) \left(1 - \frac{x(t)}{K} \right) - \frac{\alpha x(t)^2 y(t)}{a^2 + x(t)^2} - u_1(t)x(t) \right] \\ & + \lambda_2(t) \left[\frac{\beta \alpha x(t)^2 y(t)}{a^2 + x(t)^2} - \mu y(t) - u_2(t)y(t) \right] \end{aligned}$$

Berdasarkan prinsip maksimum, persamaan harus memenuhi syarat sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial x(t)} &= 0 \\ 1 + \lambda_1(t) \left[r - \frac{2rx(t)}{K} - \frac{2a^2 \alpha x(t)y(t) + 4x(t)^2 \alpha x(t)y(t)}{a^4 + 2a^2 x(t)^2 + x(t)^4} - u_1(t) \right] + \\ \lambda_2(t) \left[\frac{2a^2 \beta \alpha x(t)y(t) + 4x(t)^2 \beta \alpha x(t)y(t)}{a^4 + 2a^2 x(t)^2 + x(t)^4} \right] &= 0, \\ \frac{\partial H}{\partial y(t)} &= 0 \\ 1 + \lambda_1(t) \left[-\frac{\beta \alpha x(t)^4 a^2}{a^4 + 2a^2 x(t)^2 + x(t)^4} \right] + \\ \lambda_2(t) \left[\frac{\beta \alpha x(t)^4 a^2}{a^4 + 2a^2 x(t)^2 + x(t)^4} - \mu - u_2(t) \right] &= 0. \end{aligned}$$

Kemudian, syarat yang harus dipenuhi berdasarkan persamaan *co-state* yaitu :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \lambda_1(t)}{\partial t} = \dot{\lambda}_1 &= -\frac{\partial H}{\partial x(t)} \\ &= -1 - \lambda_1(t) \left[r - \frac{2rx(t)}{K} - \frac{2a^2 \alpha x(t)y(t) + 4x(t)^2 \alpha x(t)y(t)}{a^4 + 2a^2 x(t)^2 + x(t)^4} - u_1(t) \right] \\ &\quad - \lambda_2(t) \left[\frac{2a^2 \beta \alpha x(t)y(t) + 4x(t)^2 \beta \alpha x(t)y(t)}{a^4 + 2a^2 x(t)^2 + x(t)^4} \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \lambda_2(t)}{\partial t} &= \dot{\lambda}_2 = -\frac{\partial H}{\partial y(t)} \\
&= -1 - \lambda_1(t) \left[-\frac{\beta \alpha x(t)^4 a^2}{a^4 + 2a^2 x(t)^2 + x(t)^4} \right] \\
&\quad - \lambda_2(t) \left[\frac{\beta \alpha x(t)^4 a^2}{a^4 + 2a^2 x(t)^2 + x(t)^4} - \mu - u_2(t) \right].
\end{aligned}$$

Syarat selanjutnya menghasilkan persamaan berikut :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial x(t)}{\partial t} &= \dot{x} = \frac{\partial H}{\partial \lambda_1(t)} = rx(t) \left(1 - \frac{x(t)}{K} \right) - \frac{\alpha x(t)^2 y(t)}{a^2 + x(t)^2} - u_1(t)x(t), \\
\frac{\partial y(t)}{\partial t} &= \dot{y} = \frac{\partial H}{\partial \lambda_2(t)} = \frac{\beta \alpha x(t)^2 y(t)}{a^2 + x(t)^2} - \mu y(t) - u_2(t)y(t).
\end{aligned}$$

Kondisi stasioner merupakan kondisi dimana kontrol optimal yaitu $u_1(t)$ dan $u_2(t)$ mampu meminimumkan bentuk Hamiltonian pada setiap waktu t . Kondisi yang harus dipenuhi yaitu turunan pertama bentuk hamiltonian terhadap $u_1(t)$ dan $u_2(t)$ harus sama dengan nol. Berikut kondisi stasioner yang dapat memenuhi kondisi optimal :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial H}{\partial u_1(t)} &= 0 & \text{dan} & & \frac{\partial H}{\partial u_2(t)} &= 0 \\
A_1 u_1(t) - x(t)\lambda_1(t) &= 0 & & & A_2 u_2(t) - y(t)\lambda_2(t) &= 0 \\
u_1^*(t) &= \frac{x(t)\lambda_1(t)}{A_1} & & & u_2^*(t) &= \frac{y(t)\lambda_2(t)}{A_2}
\end{aligned}$$

Untuk kontrol pertama batas nilai $u_1(t)$ adalah $0 \leq u_1(t) \leq 1$ sehingga menghasilkan kemungkinan yaitu :

$$u_1^*(t) = \begin{cases} 0, & \text{jika } v \leq 0 \\ v, & \text{jika } 0 < v < 1 \\ 1, & \text{jika } v \geq 1 \end{cases} \quad \text{dengan} \quad v = \frac{x(t)\lambda_1(t)}{A_1}$$

Untuk kontrol kedua batas nilai $u_2(t)$ adalah $0 \leq u_2(t) \leq 1$ sehingga menghasilkan kemungkinan yaitu :

$$u_2^*(t) = \begin{cases} 0, & \text{jika } w \leq 0 \\ w, & \text{jika } 0 < w < 1 \\ 1, & \text{jika } w \geq 1 \end{cases} \quad \text{dengan} \quad w = \frac{y(t)\lambda_2(t)}{A_2}$$

sehingga didapatkan kontrol optimal $u_1^*(t)$ dan $u_2^*(t)$ yaitu :

$$u_1^*(t) = \min \left\{ 1, \max \left\{ 0, \frac{1}{A_1} x(t)\lambda_1(t) \right\} \right\} \quad (11)$$

$$u_2^*(t) = \min \left\{ 1, \max \left\{ 0, \frac{1}{A_2} y(t) \lambda_2(t) \right\} \right\} \quad (12)$$

c. Simulasi Numerik Kontrol Optimal

Simulasi dilakukan menggunakan Metode *Forward Backward Sweep* Runge Kutta Orde Empat pada python dengan mendefinisikan variabel $x, y, \lambda_1, \lambda_2, u_1$, dan u_2 serta galat toleransi yang dinyatakan dalam notasi $x(i), y(i), \lambda_1(i), \lambda_2(i), u_1(i)$, dan $u_2(i)$ dengan $i = 0, 1, 2, \dots, n$:

- menentukan nilai awal yakni $x(0) = 22.000, y(0) = 180, \lambda_1(n) = \lambda_2(n) = 0$ dengan ukuran langkah $h = 0.1$;
- mengambil nilai tebakan awal $u_1(t)$, dan $u_2(t)$;
- menghitung nilai $x(i+1)$ dan $y(i+1)$ dengan nilai awal langkah 1. Perhitungan menggunakan Runge Kutta Orde Empat langkah maju dari persamaan *state*;
- menghitung nilai $\lambda_1(p-1)$ dan $\lambda_2(p-1)$ dengan kondisi transversal menggunakan metode Runge Kutta orde empat langkah mundur. Proses perhitungan persamaan *co-state*;
- menghitung nilai kontrol;
- menghitung nilai galat dari variabel $x, y, \lambda_1, \lambda_2, u_1$, dan u_2 berdasarkan iterasi saat ini dan sebelumnya. Jika nilai galat lebih besar dari toleransi maka kembali ke langkah 3;
- menampilkan $x^*(t) = x(t), y^*(t) = y(t), u_1^* = u_1$, dan $u_2^* = u_2$.

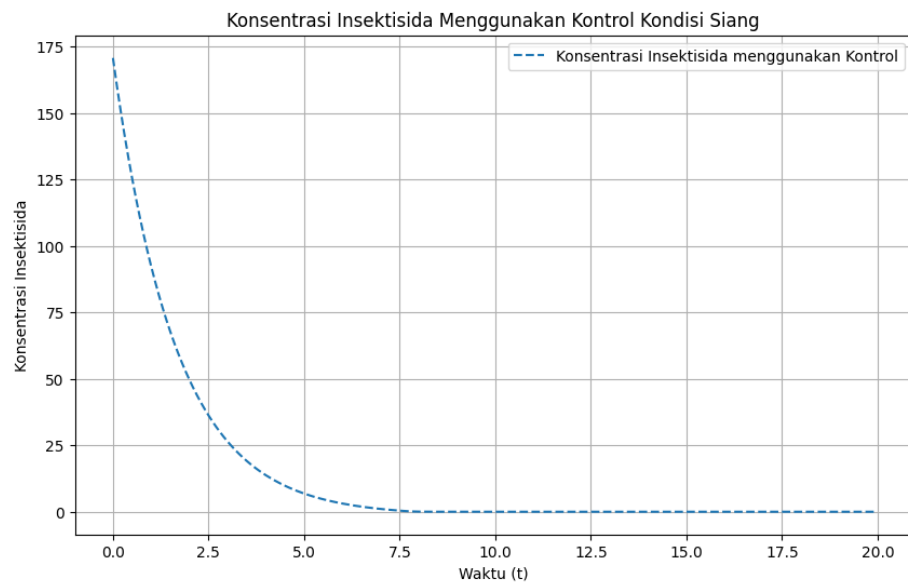
Lahan di Dusun Nawungan I Selopamioro ditanami bawang merah dengan usia tanam rata-rata 60 hari. Perhitungan populasi lalat pengorok daun dilakukan secara manual dengan sampel lahan seluas satu meter persegi selama 14 hari dengan kondisi siang 22 ekor dan kondisi malam 6 ekor. Pengambilan nilai parameter dapat dilihat pada Tabel 3 sebagai berikut:

Tabel 3. Nilai Parameter

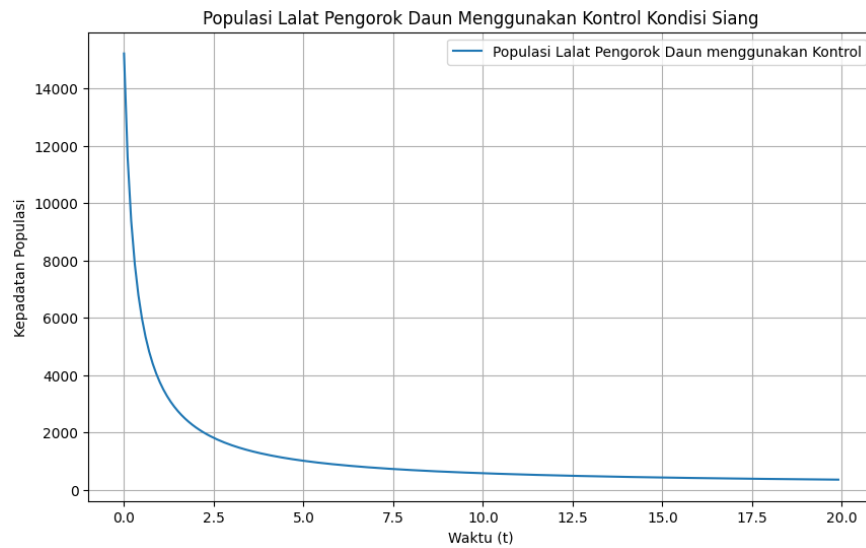
Parameter	Nilai	Keterangan
$x(t)$	22.000	Populasi awal lalat pengorok daun terbanyak.
$y(t)$	180	Jumlah keseluruhan insektisida yang diberikan pada lahan seluas 1.000 m ² .
α	0.01	Laju kematian lalat pengorok daun.

β	6	Pemberian insektisida saat tanaman bawang merah berusia 21 sampai 41 hari.
a	1	Tingkat interaksi manusia dengan hama.
K	1000	Daya dukung lingkungan.
r	0.21	Koefisien laju pertumbuhan intrinsik populasi.
μ	0.5	Laju Kematian akibat insektisida.
A_1	0.5	Nilai maksimum lalat pengorok daun yang mati akibat insektisida.
A_2	0.375	Nilai maksimum pemberian insektisida selama 60 hari.

Simulasi tanpa kontrol merupakan kondisi ketika tidak adanya pemberian dua kontrol tersebut yakni $u_1(t) = u_2(t) = 0$ sedangkan ketika kondisi dengan variabel kontrol yakni $u_1(t) \neq u_2(t) \neq 0$. Perbandingan kondisi menggunakan kontrol dilakukan untuk melihat epektifitas pemberian $u_1^*(t)$ dan $u_2^*(t)$. Gambar 2 dan Gambar 3 menunjukkan pertumbuhan lalat pengorok daun dan penggunaan insektisida selama 20 hari.

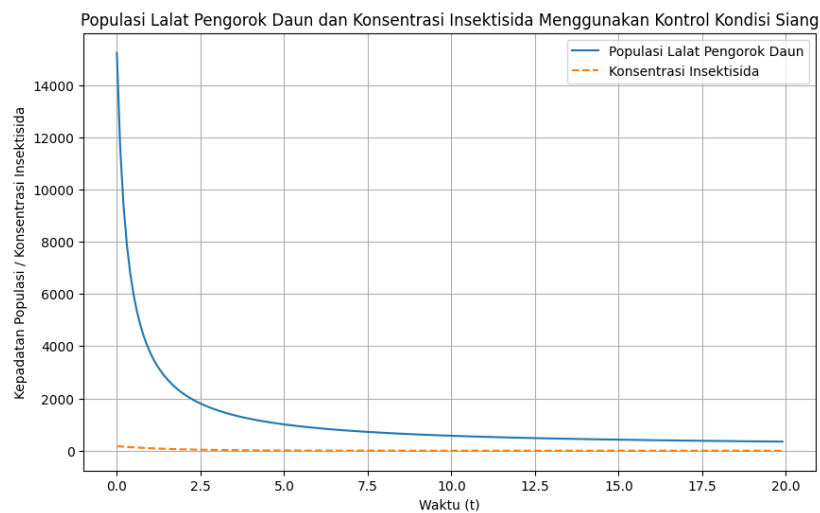


Gambar 2. Kepadatan Populasi Lalat Pengorok Daun Menggunakan Kontrol Kondisi Siang

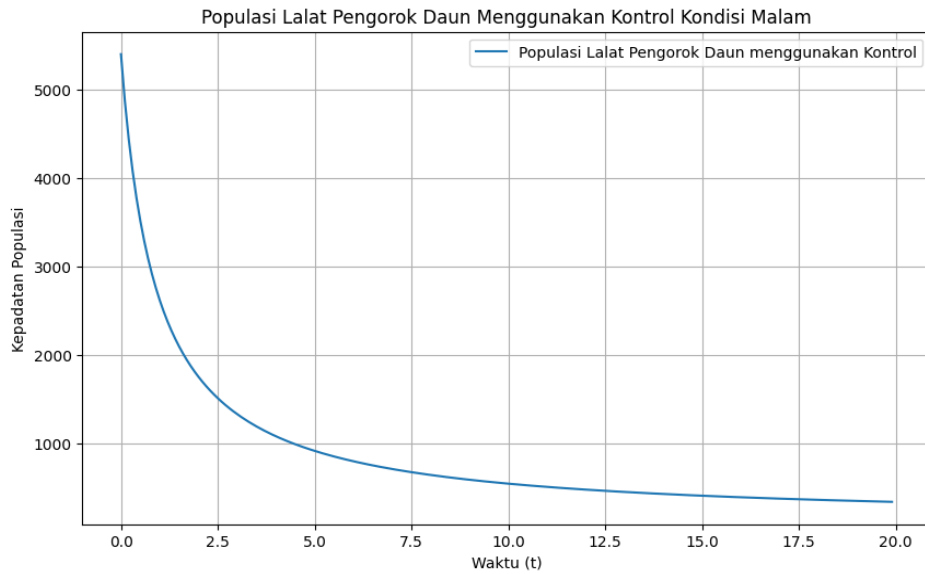


Gambar 3. Konsentrasi Insektisida Menggunakan Kontrol Kondisi Siang

Selanjutnya berdasarkan Gambar 4 dan Gambar 5 dapat disimpulkan bahwa perlakuan kontrol terbukti efektif dalam mengurangi populasi lalat pengorok daun. Kondisi siang hari ditemukan 22.000 ekor lalat pengorok daun pada lahan bawang merah seluas 1.000 m² dengan jumlah populasi pada hari ke-20 perlakuan sebanyak 346 ekor dengan penggunaan insektisida yang lebih sedikit yakni 7 hari.

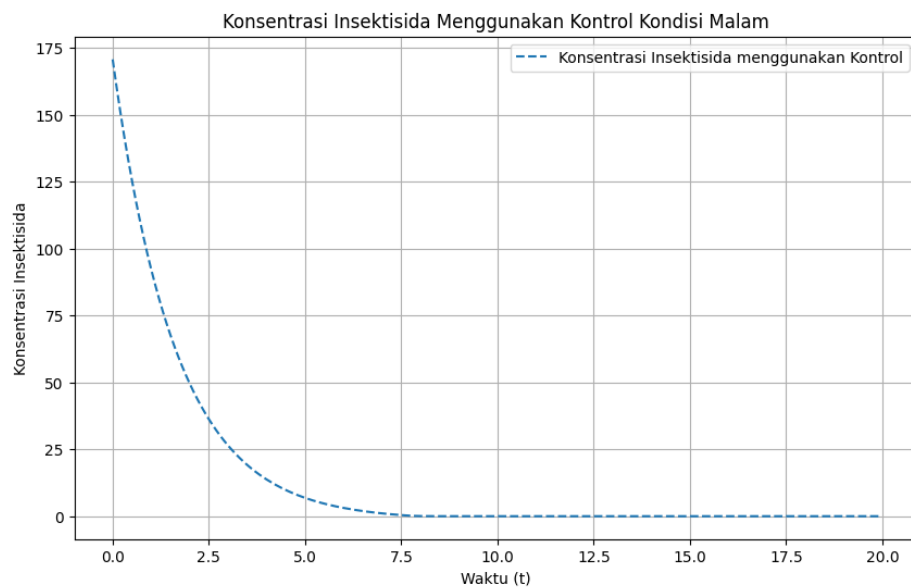


Gambar 4. Dinamika Pertumbuhan Populasi Lalat Pengorok Daun dan Pemberian Insektisida Menggunakan Kontrol Kondisi Siang

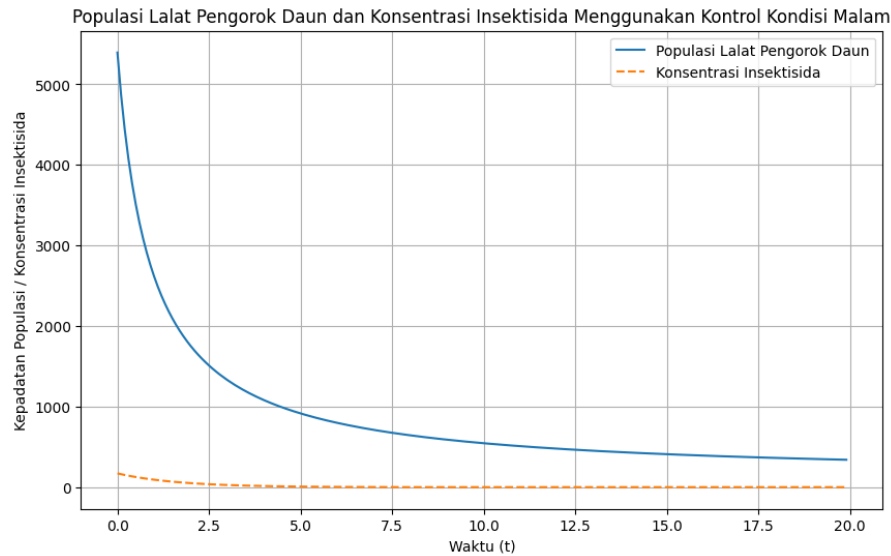


Gambar 5. Kepadatan Populasi Lalat Pengorok Daun Menggunakan Kontrol Kondisi Malam

Kondisi malam hari merupakan waktu lalat pengorok daun mencari tempat untuk tidur, berlinggung dari cuaca dan ancaman predator sehingga mereka tidak hinggap pada tanaman bawang merah. Perlakuan kontrol pada malam hari dapat dilihat pada grafik Gambar 5.



Gambar 6 Konsentrasi Insektisida Menggunakan Kontrol Kondisi Malam



Gambar 7. Dinamika Pertumbuhan Populasi Lalat Pengorok Daun dan Pemberian Insektisida Menggunakan Kontrol Kondisi Malam

Berdasarkan Gambar 5 dan Gambar 6 dapat disimpulkan bahwa populasi lalat pengorok daun dan konsentrasi insektisida dengan perlakuan kontrol dapat mengurangi populasi lalat pengorok daun tetapi kurang efektif. Kondisi malam hari ditemukan 6.000 ekor lalat pengorok daun pada lahan bawang merah seluas 1.000 m² dengan jumlah populasi ketika diberi kontrol pada hari ke-20 perlakuan sebanyak 339 ekor dengan penggunaan insektisida 7 hari. Penggunaan insektisida pada malam hari tidak terlalu efektif karena lalat pengorok daun mayoritas tidak hinggap pada daun bawang merah. Apabila penyemprotan dilakukan pada malam hari insektisida tidak dapat langsung kontak dengan hama bahkan dapat hilang terkena angin atau menguap. Gambar 7 menunjukkan perubahan populasi lalat pengorok daun dan penggunaan insektisida akibat perlakuan kontrol.

4. KESIMPULAN DAN SARAN

Pengendalian hama lalat pengorok daun lebih tepat dilakukan saat kondisi siang hari ketika mereka sedang mencari makanan. Kondisi malam hari merupakan waktu dimana mereka tidur, berdiam diri, dan sembunyi dari ancaman lingkungan dan predator. Model dan parameter dalam penelitian ini dapat dikembangkan dengan mempertimbangkan kondisi di lapangan dan faktor-faktor

lingkungan yang dapat mempengaruhi model interaksi *predator prey*. Pengembangan alat modern untuk membantu petani dalam pengambilan hama tanaman diperlukan agar dapat memaksimalkan produktivitas bawang merah.

DAFTAR PUSTAKA

- Acharya, U., Venkatesan, K., Saraswathi, T., & Subramanian, K. S., *Effect of Zinc and Boron Application on Growth and Yield Parameters of Multiplier Onion*, International Journal of Research, **2**(1) (2015), 757–765.
- Aditama, M. D. S., Noor, D. M. M., & Rizka, N., *Analisis Model Predator-Prey Tanaman Lada, Hama Penggerek Batang, dan Penghisap Buah*, Mathematical Sciences and Applications Journal, **4**(2) (2024), 60–69.
- Affandi, P., *Kontrol Optimal Model Persediaan Multi-item dengan Tingkat Kerusakan Fungsi Exponensial dan Tingkat Diskon*, Applied Mathematical Modelling, **102**(2) (2016), 1–6.
- Dehghan, M., & Sabouri, M., *A Legendre Spectral Element Method on A Large Spatial Domain to Solve The Predator-Prey System Modeling Interacting Populations*, Applied Mathematical Modelling, **37**(3) (2013), 1028–1038.
- Gaib, M. B., & Ja'a, W. A., *Analisis Kestabilan Model Interaksi Predator-Prey Dengan Fungsi Respon Monod-Haldane dan Perilaku Anti Pemangsa*, Euler: Jurnal Ilmiah Matematika, Sains Dan Teknologi, **8**(2) (2020), 51–59.
- Hasbuan, R., *Studi Lalat Pengorok Daun Liriomyza spp. pada Pertanaman Bawang Daun, dan Parasitoid Opius chromatomyiae*, Jurnal Hama Penyakit Tumbuhan Tropika, **9**(1) (2009), 17–24.
- Hernadi, J., *Teori dan Praktikum Metode Numerik-2*, UMPO Press, Ponorogo, 2017.
- Isder, G. J., & Woude, J. van der., *Mathematical Systems Theory* (2nd ed.), Delft University Press, 2023.
- Kemendag RI., *Profil Komoditas Bawang Merah*, Kementerian Perdagangan, https://ews.kemendag.go.id/sp2kplanding/assets/pdf/1,1212_ANL_UPK_BawangMerah, 2020

- Khan, A. Q., Bukhari, S. A. H., & Almatrafi, M. B., *Global dynamics, Neimark-Sacker Bifurcation and Hybrid Control in A Leslie's Prey-Predator Model*, Alexandria Engineering Journal, **61**(12) (2022), 11391–11404.
- Khan, A. Q., Qureshi, S. M., & Alotaibi, A. M., *Bifurcation Analysis of A Three Species Discrete-Time Predator-Prey Model*, Alexandria Engineering Journal, **61**(10) (2022), 7853–7875.
- Kirk, D. E., *Optimal Control Theory: An Introduction*, Dover Publications, New York, 2004.
- Mahardika, A. A., Supartha, I. W., & Darmiati, N. N., *Identification and Population Abundance of Leaf Miner Fly (*Liriomyza* spp.) (Diptera: Agromizydae) on Shallots (*Allium ascalonicum* L.) and Leaves (*Allium fistulosum* L.)*, Jurnal Agroekoteknologi Tropika, **8**(4) (2019), 362–370.
- Nonlaopon, K., Günay, B., Rezapour, S., Aldhabani, M. S., Alotaibi, A. M., & Elagan, S. K., *On Novel Application of Piece-Wise Fractional Operators for A Predator–Prey Model*, Results in Physics, **39** (2022), 105683.
- Ogata, K., *System Dynamics* (4th ed.), Pearson Prentice Hall, United States of America, 2004.
- Padilah, T. N., Sari, B. N., & Hannie, H., *Model Matematis Predator-Prey Tanaman Padi, Hama Penggerek Batang, Tikus, dan Wereng Batang Coklat di Karawang*, Pythagoras: Jurnal Pendidikan Matematika, **13**(1) (2018), 52–62.
- Pal, A. K., Bhattacharyya, A., & Mondal, A., *Qualitative Analysis and Control of Predator Switching on An Eco-Epidemiological Model with Prey Refuge And Harvesting*, Results in Control and Optimization, **7** (2022), 100099.
- Panja, P., Gayen, S., Kar, T., & Jana, D. K., *Complex Dynamics of A Three Species Predator–Prey Model with Two Nonlinearly Competing Species*, Results in Control and Optimization, **8** (2022), 100153.
- Perko, L., *Differential Equations and Dynamical Systems* (3rd ed.), Springer, New York, 2001.
- Revilla, T. A., & Křivan, V., *Prey–Predator Dynamics with Adaptive Protection Mutualism*, Applied Mathematics and Computation, **433** (2022), 127309.

- Sagamiko, T., Kozlov, V., & Wennergren, U., Predator Survival Analysis of A Prey-Predator System with Prey Species Pool, *Scientific African*, **14** (2021), e00982.
- Sampath Kumar, K. P., dkk., *Allium Cepa: A Traditional Medicinal Herb and Its Health Benefits*, Journal of Chemical and Pharmaceutical Research, **2**(1) (2010), 283–291.
- Selopamioro.com., *Profil Desa Kalurahan Selopamioro Kapanewon Imogiri Kabupaten Bantul Daerah Istimewa Yogyakarta*, <https://selopamioro.bantulkab.go.id/first/artikel/32>, 2013, Diakses pada 5 Juli 2022.
- Sweilam, N. H., AL-Mekhlafi, S. M., & Baleanu, D., *Optimal Control for A Fractional Tuberculosis Infection Model Including The Impact of Diabetes And Resistant Strains*, Journal of Advanced Research, **17** (2019), 125–137.
- Taufiq, I., & Agustito, D., Aplikasi Model Matematika Predator-Prey dengan Kontrol Pestisida sebagai Upaya Pencegahan Penyebaran Wereng di Kabupaten Bantul, *Unnes Journal of Mathematics*, **8**(1) (2019), 50–55.
- Wahyuni, S., Supartha, I. W., Ubaidillah, R., & Wijaya, I. N., *Parasitoid Community Structure of Leaf Miner Liriomyza Spp. (Diptera: Agromyzidae) and The Rate of Parasitization on Vegetable Crops in Lesser Sunda Islands, Indonesia*, Biodiversitas, **18**(2) (2017), 593–600.
- Weide, V., Varriale, M. C., & Hilker, F. M., *Erratum to ‘Hydra Effect And Paradox of Enrichment in Discrete-Time Predator-Prey Models*, Mathematical Biosciences, **317** (2019), 108236.
- Wijayanti, H., Setyaningsih, S., & Wati, M., *Metode Runge Kutta dalam Penyelesaian Model Radang Akut*, Ekologia, **11**(2) (2011), 46–52.
- Yao, S. W., Raheel, M., Zafar, A., Inc., M., Abbagari, S., & Houwe, A., *Exact Soliton Solutions to The Cahn–Allen Equation and Predator–Prey Model with Truncated M-Fractional Derivative*, Results in Physics, **37** (2022), 105455.

