

DAFTAR ISI

De Broglie Wave Analysis of the Heisenberg Uncertainty Minimum Limit under the Lorentz Transformation (Fima Ardianto Putra).....	1
Penerapan Second Vertical Derivative (SVD) Pada Data Gravitasi Untuk Mengidentifikasi Keberadaan Patahan Di Sepanjang Pegunungan Serayu Selatan Kabupaten Banyumas (Lasmita Sari, Sehad, dan Hartono).....	8
Sensor Kebocoran Arus Listrik pada Aliran Air Water Heater (Hartono, Sugito dan R.Farzand Abdullatif).....	15
Solusi Polinomial Romanovski pada Analisis Energi dan Fungsi Gelombang Potensial Non Sentral Rosen Morse Plus Rosen Morse (Cecilia Yanuarief).....	19
Pengaruh Waktu Perendaman TiO_2 dalam Larutan Ekstrak Antosianin Bunga Rosella pada Kinerja <i>Dye Sensitized Solar Cell</i> (DSSC) (Rafika Andari dan Dona Abrini)	24

De Broglie Wave Analysis of the Heisenberg Uncertainty Minimum Limit under the Lorentz Transformation

Fima Ardianto Putra

*Department of Physics, Universitas Jenderal Soedirman,
Jl. Dr. Soeparno 61, Kampus UNDOED Karangwangkal, Purwokerto, 53123 - INDONESIA
Email: ardiantoputra2@gmail.com*

Abstract - A simple analysis using differential calculus has been done to consider the minimum limit of the Heisenberg uncertainty principle in the relativistic domain. An analysis is made by expressing the form of Δx , Δt , Δp , and ΔE based on the Lorentz transformation, and their corresponding relation according to the de Broglie wave packet modification. The result shows that in the relativistic domain, the minimum limit of the Heisenberg uncertainty is $\Delta p \Delta x \geq \gamma^2 \hbar / 2$ and/or $\Delta E \Delta t \geq \gamma^2 \hbar / 2$, with γ is the Lorentz factor which depend on the average/group velocity of relativistic de Broglie wave packet. While, the minimum limit according to $\Delta p \Delta x \geq \hbar / 2$ or $\Delta E \Delta t \geq \hbar / 2$, is the special case, which is consistent with Galilean transformation. The existence of the correction factor signifies the difference in the minimum limit of the Heisenberg uncertainty between relativistic and non-relativistic quantum. It is also shown in this work that the Heisenberg uncertainty principle is not invariant under the Lorentz transformation. The form $\Delta p \Delta x \geq \gamma^2 \hbar / 2$ and/or $\Delta E \Delta t \geq \gamma^2 \hbar / 2$ are properly obeyed by the Klein-Gordon and the Dirac solution.

Keywords: De Broglie wave packet, Heisenberg uncertainty, Lorentz transformation, and minimum limit.

INTRODUCTION

The Heisenberg uncertainty principle, which is mathematically expressed as $\Delta p \Delta x \geq \hbar / 2$ and/or $\Delta E \Delta t \geq \hbar / 2$, is a fundamental principle in the quantum domain. This Principle restricts simultaneous measurements of p - x and E - t pair to be not less than $\hbar / 2$ [1-4], which is the smallest limit of the Heisenberg uncertainty. The interesting point according to the authors' viewpoint, is that the forms $\Delta p \Delta x \geq \hbar / 2$ and/or $\Delta E \Delta t \geq \hbar / 2$ do not consider whether the observations are done in the non-relativistic or in the relativistic domain, inspite of the fact that each domain obeys different transformation rule. In the non-relativistic domain, quantities p , x , E , and t have to be consistent with Galilean transformation and in the relativistic domain, these quantities have to be consistent with the Lorentz transformation[2]. It is not evident if the form $\Delta p \Delta x \geq \hbar / 2$ and/or $\Delta E \Delta t \geq \hbar / 2$ are actually consistent with both Galilean and Lorentz transformation or with either one of these transformations.

There were speculations that when the Heisenberg uncertainty relation was built, there had been the Einstein-deBroglie relation, which

had taken into account the relativistic effect [5-8]. But the relativistic effect did not seem to appear explicitly in the Heisenberg uncertainty relation, as far as we know. In Relativistic Quantum Theory, we can find uncertainty relations $m_0 c \lambda_c \geq \hbar$ and/or $m_0 c^2 \tau \geq \hbar$ [9,10]. But it does not give explanations about time dilation and length contraction, while these phenomena do happen, for example in the case of muon particle when it is moving along the earth atmosphere [2].

In this paper, we propose a hypothesis that if quantities p , x , E , and t are subject to a different transformation rule, it should result in a different form of their corresponding uncertainties. This is the question we seek to answer, i.e. whether or not distinct form of the Heisenberg uncertainty exist for each non-relativistic and relativistic domain. To address that point, in this paper we will subject Δp , Δx , ΔE , and Δt to the Lorentz transformation. The condition for Δp , Δx , ΔE and Δt can be manifested in the picture of de Broglie wave packet explicitly [3]. Based on that viewpoint, whether or not the form of Heisenberg $\Delta p \Delta x \geq \hbar / 2$ and/or $\Delta E \Delta t \geq \hbar / 2$ changes will

be investigated. Thus, it will be revealed if the minimum value of Heisenberg uncertainty in the relativistic domain is still $\hbar/2$ or changes to some other values.

A generalized uncertainty relation, which gives the correction factor to Heisenberg uncertainty and is used as reference in String Theory, has been proposed to be $\Delta p \Delta x \geq \hbar/2 [1 + \beta(\Delta p)^2 + \dots]$ [11-14].

However, it is intriguing for the authors to review the uncertainty based on the idea that the Lorentz transformation is the generalization of Galilean transformation [2]. Hence, the Heisenberg uncertainty relation observed based on the Lorentz Transformation will be more general and may be able to show something hidden when it is subjected to Galilean transformation. This approach may be able to give an evident difference between relativistic and non-relativistic quantum domain.

Equivalence of the relativistic energy equation from the particle picture to the wave picture

In this section, we will begin by making particle-wave picture equivalence from equation $E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4$. Equations for particle picture and the wave picture are written respectively as

$$\gamma^2 m_0^2 c^4 = \gamma^2 m_0^2 v^2 c^2 + m_0^2 c^2 \quad (1)$$

and

$$\hbar^2 \omega^2 = \hbar^2 k^2 c^2 + \hbar^2 \omega_0^2, \quad (2)$$

where ω is the frequency related to total energy, k is the wave number of relativistic momentum, and ω_0 is the intrinsic frequency, which is related to the rest energy [1,5-8]. All quantities in Eq.(2), that have the dimension of energy and momentum will be expressed, respectively in frequency and wave number. Some of these variables are *dummy* variables, which does not have a particular physical meaning. This technique is done merely to make de Broglie wave analysis at the latter stage easier, because all analysis of uncertainty will be expressed in de Broglie wave picture.

We begin with the term $k^2 c^2$ on in Eq. (2). This term will be replaced by a *dummy* ω^{*2} . At this point, ω^* has no relationship with total energy or rest energy, but only a quantity whose

dimension is energy when multiplied by $\hbar$. Hence, Eq. (2) becomes

$$\hbar^2 \omega^2 = \hbar^2 \omega^{*2} + \hbar^2 \omega_0^2 \quad (3)$$

Alternatively, Eq. (2) can be written in the following form

$$\hbar^2 k^{*2} c^2 = \hbar^2 k^2 c^2 + \hbar^2 k_0^2 c^2 \quad (4)$$

Eq. (3) and (4) combined implies the following relation

$$\omega/k^* = \omega^*/k = \omega_0/k_0 = c \quad (5)$$

which is analogous to the relation for photons, i.e. $\omega/k = c$. Eq. (5) allows us to compare frequency-wave number relation to that of massless particles as the standard form. For massless particles, all the forms in Eq.(5) are reduced to simply one relation, i.e. $\omega/k = c$.

In Eq. (4), the terms $\hbar^2 k^{*2}$ and $\hbar^2 k_0^2$ appear have the dimension of momentum, though both of them do not relate to the de Broglie wavelength. The term $\hbar^2 k_0^2$ is related corresponds to the Compton wavelength [2,9-10] and $\hbar^2 k^{*2}$ is just a quantity whose value equal to $\hbar^2 \omega^2 / c^2$.

After we apply the technique above, the next step is to make the Lorentz factor appear explicitly for frequency of the first and the second term of Eq.(3) as follows

$$\omega = \gamma \omega_0 \quad \text{and} \quad \omega^* = \gamma \omega_v \quad (6)$$

Here, ω_v denotes a frequency that corresponds to the particle momentum. The reason for this definition is to put the wave picture and its particle counterpart in an analogous form such that direct comparison can be drawn between both picture. Hence, Eq.(3) can be written as

$$\gamma^2 \hbar^2 \omega_0^2 = \gamma^2 \hbar^2 \omega_v^2 + \hbar^2 \omega_0^2 \quad (7)$$

By using the same procedure as Eq.(6), Eq.(4) becomes

$$\gamma^2 \hbar^2 k_0^2 c^2 = \gamma^2 \hbar^2 k_v^2 c^2 + \hbar^2 k_0^2 c^2 \quad (8)$$

Here, k_v relates with denotes a wavelength that corresponds to ω_v . Comparing Eq.(8) and Eq.(7) the following relations are inferred,

$$\omega_0 = k_0 c \quad \text{and} \quad \omega_v / k_v = c. \quad (9)$$

From the analyses above, we obtain quantities $k_v, k_0, \omega_v, \omega^*$, and k^* . They, which are *dummy* variables. In the next step, these variables will be used to simplify the wave analysis.

After making the equivalences above, we can express relativistic energy and momentum, respectively, in frequency and wave number. Based on Eq.(7) and (8), the Lorentz factor in the wave picture is expressed as

$$\gamma = 1 / \sqrt{1 - \frac{\omega_v^2}{\omega_0^2}} \quad \text{and} \quad \gamma = 1 / \sqrt{1 - \frac{k_v^2}{k_0^2}}. \quad (10)$$

Hence, relativistic energy and momentum in de Broglie wave picture can be expressed as

$$E = \hbar \omega = \hbar \omega_0 / \sqrt{1 - \frac{\omega_v^2}{\omega_0^2}} \quad (11)$$

and

$$p = \hbar k = \hbar k_v / \sqrt{1 - \frac{k_v^2}{k_0^2}}. \quad (12)$$

Relativistic Energy and Momentum Uncertainty in The Wave Picture ($\Delta\omega$ and Δk)

The uncertainty of relativistic energy ΔE in de Broglie wave picture is obtained by differentiating Eq. (11) with respect to ω_v , which yields

$$\Delta E = \hbar \Delta \omega = \hbar \gamma^3 \frac{\omega_v}{\omega_0} \Delta \omega_v. \quad (13)$$

It is equivalent to its particle picture, i.e. $\Delta E = \gamma^3 m_0 v \Delta v$. The uncertainty of relativistic momentum Δp in de Broglie wave picture is

obtained by differentiating Eq. (12) with respect to k_v , which yields

$$\Delta p = \hbar \Delta k = \hbar \gamma^3 \Delta k_v. \quad (14)$$

It is equivalent to its particle picture, i.e. $\Delta p = \gamma^3 m_0 \Delta v$.

Eq. (14) and (16) can be expressed, respectively, in the form $\Delta E = \gamma^3 \Delta K_v$ and $\Delta p = \gamma^3 \Delta p_v$, where ΔK_v and Δp_v are uncertainties that have the same form as the uncertainty of non-relativistic kinetic energy and momentum, respectively. Both ΔK_v and Δp_v can be derived from the formula of non-relativistic kinetic energy and momentum, i.e.

$$K_v = \frac{\hbar^2 k_v^2}{2m_0} = \frac{1}{2} \hbar \frac{\omega_v^2}{\omega_0} \quad \text{and} \quad p_v = m_0 v = \hbar k_v.$$

The value of ΔK_v and Δp_v must be in the relativistic domain as the consequence of the value of ΔE and Δp on the left hand side. So, we can suppose in the theoretical sense that ΔK_v and Δp_v as if the uncertainty form of non-relativistic energy and momentum for the value $v \approx c$. But in reality, ΔK_v and Δp_v must be in domain that $v \ll c$, correspond to Schrodinger equation.

A comparison of momentum and energy uncertainty with and without the Lorentz factor γ^3 tells that for the same Δv or Δk_v , the change in relativistic momentum Δp will be larger than that of non-relativistic momentum Δp_v . This effect also happens to the total energy ΔE against ΔK_v . Relativistic energy and momentum uncertainty will increase by a factor of γ^3 as the consequence of the increase in rest mass in particle picture.

In order to show the relation between ΔE and Δp , Eq.(13) can be stated into

$$\Delta E = \hbar \gamma^3 \Delta k_v \left(\frac{k_v}{k_0} c \right), \quad \text{and by virtue of Eq. (14),}$$

we get the following relation

$$\Delta E = \Delta p \left(\frac{k_v}{k_0} c \right). \quad (15)$$

By cancelling $\hbar$, it becomes the derivation of dispersion relation, i.e.

$$\gamma^3 \frac{\omega_v}{\omega_0} \Delta \omega_v = \left(\frac{d\omega}{dk} \right) \gamma^3 \Delta k_v. \quad (16)$$

The quantity inside the bracket which relates ΔE in Eq.(13) and Δp in Eq. (14) is the speed of de Broglie wave packet, i.e. $v_g = d\omega/dk$ [1,4,5]. The speed can also be expressed in other

forms, i.e. $v_g = \frac{k}{k^*} c = \frac{\gamma k_v}{\gamma k_0} c = \frac{\gamma \omega_v}{\gamma k_0} = \frac{\omega^*}{k^*}$.

For simply, if $v \approx c$, so $k_v \approx k_0$ and if $v \ll c$ so $k_v \ll k_0$. Equation (15) can be formed to be the relation between uncertainty of non-relativistic kinetic energy and uncertainty of non-relativistic momentum by cancelling the Lorentz factor, i.e.

$$\Delta K_v = \Delta p_v \left(\frac{k_v}{k_0} c \right), \quad (17)$$

then by cancelling $\hbar$, it becomes the derivation of dispersion relation, i.e.

$$\frac{\omega_v}{\omega_0} \Delta \omega_v = \left(\frac{d\omega}{dk} \right) \Delta k_v \quad (18)$$

The existence of γ^3 as a multiplication factor of $\Delta \omega_v$ and Δk_v in Eq.(16) exhibits the range of ΔE and Δp increase in the wave picture. Consequently the wave packet is built according to Eq. (16) is different than that of Eq. (18). The term inside the bracket on Eq.(16) and (18) is the speed of wave packet (particle), nevertheless the speed value from both equations above, i.e., $\frac{k_v}{k_0} c$ are still close to c . The difference between Eq.(16) and (18) is just within the range of frequency and wave number's uncertainty as large as $\gamma^3 \Delta \omega_v$ and $\gamma^3 \Delta k_v$. So, the form of

wave packet without the Lorentz factor i.e Eq. (18) is more appropriate to describe non-relativistic condition, although here the value of v is still close to c . The form of wave packet without the Lorentz factor will has been truly consistent describes non-relativistic particle if the value of v has been made to be smaller-smaller than the speed of light as it should be the purpose of ΔK_v dan Δp_v themselves.

So far, comparison between relativistic and non-relativistic wave packet is understood without considers comparison of the space uncertainty Δx , i.e The comparison is still made based on the same Δx . On the next section, we will show that the Lorentz factor can affect the space uncertainty Δx .

Position and Time Uncertainty under Lorentz Transformation

There is a point which we must explain to the readers about the uncertainty terminology of x and t . In quantum field theory, x and t are viewed as a parameter, hence both of them are not properties of particle. The Δt and Δx respectively show how long and how far the state changes correspond to the arbitrary observable Q [1,3]. These process are described as follow:

$$\Delta t = \frac{1}{\langle \frac{dQ}{dt} \rangle} \Delta Q \quad \text{and} \quad \Delta x = \frac{v_g}{\langle \frac{dQ}{dt} \rangle} \Delta Q \quad (19)$$

Then Δx means the space as large as we can observe the wave packet along this and Δt as the duration when the wave packet as large as Δx is moving. But in the context of Heisenberg uncertainty, we can view both Δx and Δt as if an uncertainty such that can be connected with Δp and ΔE in the sense of uncertainty principle.

If we notice, the relativistic position is $x = \gamma^{-1} x'$ [2]. We write that form because position is viewed as a parameter. Nevertheless in the description of de Broglie wave packet, we can view average values for both v and x as $\langle v \rangle$ and $\langle x \rangle$ [1,3]. The average value of speed and position can be related as we have seen according to Ehrenfest theorem [9]. Hence, in this context we can write as $\langle x \rangle = \gamma^{-1} \langle x' \rangle$ (transformation of the central position of wave packet), so properly it will connect with $\langle p \rangle =$

$\gamma m_0 \langle v \rangle$, with γ contains an average value of particle's speed i.e. the group speed of the wave packet [1,3], that is $\gamma = 1/\sqrt{1 - \frac{\langle v \rangle^2}{c^2}}$. Equivalently, $\gamma = 1/\sqrt{1 - \frac{\langle k_v \rangle^2}{k_0^2}}$, hence $\langle p \rangle = \hbar \gamma \langle k_v \rangle$. This average value also prevails for energy-time pair.

The uncertainty of position so that it is consistent with Lorentz transformation must be

$$\Delta x = \gamma^{-1} \Delta x' \quad (20)$$

Here, $\Delta x'$ is interpreted as the proper width of wave packet in S' reference frame which transforms as Δx when it is observed from S reference frame. Consequently, wave packet's width in relativistic case will contract according to Lorentz-Fitzgerald contraction because of factor γ^{-1} , while for non-relativistic wave packet, it will not happen. Then, time uncertainty is written as:

$$\Delta t = \gamma^{-1} \Delta t' \quad (21)$$

So, based on Eq.(20) and (21) we can understand that $\Delta x = v_g \Delta t$. Here, Δt shows the time which is needed by the contracted wave packet Δx when it is moving through a point in S reference frame according to observer who stays in this frame. This reason comes from the relation $x' = \gamma(x - v_g t)$. If we derive x' only with respect to t , we get the relation $\Delta x' = |-\gamma \Delta t| v_g = \Delta t' v_g$. Then from $\Delta x' = \gamma \Delta x$, we get the relation $\Delta x = \Delta t v_g$ as the contracted width of wave packet during the time Δt .

If the uncertainty of time is viewed from understanding that the time in S' frame runs slower according to the observer in S frame, so we use inverse Lorentz transformation of time, i.e.,

$$\Delta t = \gamma \Delta t' \quad (22)$$

Uncertainty of time for relativistic wave packet will dilates as large as γ , the $\Delta t'$ is interpreted as if the proper time. We state like that because the definition of proper time is $\Delta t' = \Delta x'/c$, not $\Delta t' = \Delta x'/v_g$.

Heisenberg uncertainty under Lorentz transformation

According to the Heisenberg uncertainty relation's format, Eq. (14) and (20) are combined to be $\Delta p \Delta x = \gamma^3 m_0 \Delta v \gamma^{-1} \Delta x'$. In the wave picture, momentum-position uncertainty is

$$\hbar \Delta k \Delta x = \gamma^3 \hbar \Delta k_v \gamma^{-1} \Delta x'$$

$$\Delta p \Delta x = \gamma^3 \Delta p_v \gamma^{-1} \Delta x'.$$

$$\Delta p \Delta x = \gamma^2 \hbar / 2, \quad (23)$$

Based on $\Delta p = \Delta E / \langle v \rangle$ and $\Delta x = \langle v \rangle \Delta t$, we get $\Delta E \Delta t = \gamma^3 m_0 v \Delta v \gamma^{-1} \Delta t'$. Then, energy-time uncertainty in the wave picture is

$$\hbar \Delta \omega \Delta t = \gamma^3 \hbar \frac{\omega_v}{\omega_0} \Delta \omega_v \gamma^{-1} \Delta t'$$

$$\Delta E \Delta t = \gamma^3 \Delta K_v \gamma^{-1} \Delta t'.$$

$$\Delta E \Delta t = \gamma^2 \hbar / 2, \quad (24)$$

But on the other hand, formulation of energy-time uncertainty can also be obtained by taking Δt from Eq.(22), with the consequence that it's energy couple must be taken in the form of Lagrangian according to the rule $\int L dt = -\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} m_0 c^2 \tau / \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ [15]. In the wave picture, the Lagrangian is $L = -\hbar \omega_0 \sqrt{1 - \frac{\omega_v^2}{\omega_0^2}}$.

Then we must take the differential form of L so that it is consistent with the rule of Heisenberg uncertainty relation, i.e. $\Delta L = \hbar \gamma \frac{\omega_v}{\omega_0} \Delta \omega_v$. So,

the uncertainty relation is

$$\Delta L \Delta t = \hbar \gamma \frac{\omega_v}{\omega_0} \Delta \omega_v \gamma \Delta t',$$

$$\Delta L \Delta t = \gamma \Delta K_v \gamma \Delta t'.$$

$$\Delta L \Delta t = \gamma^2 \hbar / 2 \quad (25)$$

This form is not equivalent with uncertainty relation of momentum-position (not like $\Delta E \Delta t$). We do not use this later.

Notice that terms on the left hand side of Eq. (23) and (24) show uncertainty relation which are relativistically consistent. While terms on the right hand side show uncertainty relation which are non-relativistic consistent (without Lorentz factor) i.e. $\Delta p_v \Delta x'$, $\Delta K_v \Delta t'$. So, they are compatible with the Galilean transformation with the minimum limit is $\hbar/2$. It is reasonable because if we take $v \ll c$, value $\gamma \approx 1$, hence Eq.(23) to be $\Delta p \Delta x \approx m_0 \Delta v \Delta x' = \hbar/2$ (so for Eq.(24) and (25)). It shows that the form of Heisenberg uncertainty for $v \ll c$ approximates the form of Heisenberg uncertainty when the relativistic effect is not yet entered to the quantum domain, as if that the form is derived directly from equations $\langle p \rangle = m \langle v \rangle$ and $\langle x \rangle = \langle x' \rangle$ in non-relativistic limit [1,3].

Based on this analysis, we can see that magnification of the Heisenberg uncertainty is as the natural consequence of the Lorentz transformation, and not because of intervention in the measurement process. The phase space will be larger if the speed of particle close to the speed of light. It means that the minimum limit of Heisenberg uncertainty in describing particle will be different between relativistic and non-relativistic domain. While on reference [4], the Lorentz factor does not appear in uncertainty relation, although it is in the relativistic domain. For massless particle, Eq.(23) and (24) revert to ordinary Heisenberg uncertainty like on reference [16].

In some literatures, there have been confirmed that the Heisenberg uncertainty for relativistic particle is $\Delta p \Delta x = m_0 c \lambda_c = \hbar$ [9,10]. It means that our ability to localize a particle is impossible more accurate than it's Compton wavelength, because the change of particle momentum is impossible larger than $m_0 c$. If we notice Eq.(23) in the particle picture, certainly there is a part $m_0 \Delta v \Delta x'$ whose value equal to $\hbar/2$, with $\sqrt{\langle v'^2 \rangle - \langle v \rangle^2} = \sqrt{\langle \Delta v^2 \rangle}$ and $\sqrt{\langle x'^2 \rangle - \langle x' \rangle^2} = \sqrt{\langle \Delta x'^2 \rangle}$. If $\Delta v \ll c$, so $\Delta x'$ reaches the value as large as it can. In this situation, two possibility can occur, i.e. $v_g \approx c$ or $v_g \ll c$. For $v_g \approx c$, the Lorentz factor is significant, so the uncertainty relation is Eq.(23). Then for $v_g \ll c$, the Lorentz factor is not significant, so the uncertainty is $\Delta p \Delta x = m_0 \Delta v \Delta x'$. On the other side, if $\Delta v \approx c$, so $\Delta x' \approx$

λ_c . In this situation, $v_g = 0$. Hence, Eq.(23) becomes $\Delta p \Delta x = m_0 c \lambda_c = \hbar/2$, or we can write $\hbar/2$ just as $\hbar$. Further, because of $v_g = 0$ in the energy-time uncertainty, i.e. $\Delta E \Delta t = m_0 v_g \Delta v \Delta t = \hbar/2$, it gives consequence that $\Delta E = 0$ and $\Delta t = \infty$. It seems contradictive with $\Delta E \Delta t = m_0 c^2 \tau = \hbar$ [9,10]. Nevertheless, we can see that energy relation $E = K + m_0 c^2$, imply that $E = m_0 c^2$ when $v_g = 0$. Hence we can replace $\Delta E = m_0 c^2$, and obviously $\Delta t = \tau$. It means that although uncertainty of energy which is related with velocity is zero, but the rest energy of particle does still exist. The τ can be interpreted as intrinsic periode that remind us to intrinsic frequency ω_0 in Eq.(2). We give the terminology for the left hand side of Eq.(23) and Eq.(24) as the coordinate Heisenberg uncertainty while the hand side whose value are always $\hbar/2$ are the proper Heisenberg uncertainty. It is like the concept of proper length/time and coordinate length/time.

In the quantum field theory, we do not find commutational relation in the context of $(p-x)$ and $(E-t)$ but we use the relation $[\Phi(x,t), \pi(x',t)] = i\hbar \delta(x-x')$ (for example: Klein-Gordon equation) [17,18]. Nevertheless, it does not mean that uncertainty relation in the context of $(p-x)$ and $(E-t)$ cannot be used again. Both relations can still be used by the following convention:

Table 1 Commutational relation and non-relativistic uncertainty.

Relation	Momentum – Position	Energy-Time
Commutation	$[\mathbf{p}, \mathbf{x}] = i\hbar$	-
Heisenberg Uncertainty	$\Delta p \Delta x \geq \hbar/2$	$\Delta E \Delta t \geq \hbar/2$

Table 2 Commutational relation and relativistic uncertainty.

Relation	Momentum-Position	Energy-Time
Commutation	-	-
Heisenberg Uncertainty	$\Delta p \Delta x \geq \gamma^2 \hbar/2$	$\Delta E \Delta t \geq \gamma^2 \hbar/2$

In non-relativistic quantum theory, x and p are operators. So, both of them can be

formed to be $[\mathbf{p}, \mathbf{x}] = i\hbar$, but for E dan t cannot be formed like that because t is a parameter. Although there is no commutational relation for E and t , both of them can still be formed in the uncertainty relation like p and x [2,3]. In the relativistic domain, quantity x and t are a parameter. Both of them are not properties of the particle [17,18], so neither $(E-t)$ nor $(p-x)$ has the commutational relation. Nevertheless, uncertainty relation for both couples does exist. They must be written as $\Delta p \Delta x \geq \gamma^2 \hbar/2$ and $\Delta E \Delta t \geq \gamma^2 \hbar/2$. It is as the consequence of keeping the consistence of Lorentz transformation. It means that the Klein-Gordon and Dirac solution should follow this condition.

CONCLUSION

De Broglie wave analysis of Heisenberg uncertainty relation under Lorentz transformation yields $\Delta p \Delta x \geq \gamma^2 \hbar/2$ and $\Delta E \Delta t \geq \gamma^2 \hbar/2$ for the mass particle. The minimum limit of Heisenberg uncertainty principle is $\gamma^2 \hbar/2$ if the group velocity of the wave packet closes to the speed of light. It confirms that Heisenberg uncertainty principle does not invarian based on the Lorentz transformation.

REFERENCES

- [1] Morrison, M.A.: Understanding Quantum Physics: A User's Manual, New Jersey, Prentice Hall (1990)
- [2] Beiser, A.: Concepts of Modern Physics 6th edn., McGraw-Hill Companies, Inc. (1992)
- [3] Greiner, W.: Quantum Mechanics: An Introduction 4th edn., Berlin, Springer-Verlag (2000)
- [4] Bruskiewich, P., Kielbik, A.: The Lorentz invariant measure and the Heisenberg uncertainty principle. Canadian Undergraduate Physics Journal VI, 16–17 (2008)
- [5] Weinberger, P.: Revisiting the 1924 Louis de Broglie's famous paper in the Philosophical Magazine. Philosophical Magazine Letters 86, 405–410 (2006)
- [6] de Broglie, L.: Ondes et quanta. Comptes Rendus de l'Académie des Sciences 177, 507–510 (1923)
- [7] de Broglie, L.: Recherches sur la theorie des quanta. Ph.D. theses, Paris (1924)
- [8] de Broglie, L.: XXXV. A Tentative Theory of Light Quanta. Phil. Mag. 47, 446–458 (1924)
- [9] Greiner, W.: *Relativistic Quantum Mechanics*. Berlin, Springer-Verlag (2000)
- [10] Watcher, A.: *Relativistic Quantum Mechanics*. Springer (2011)
- [11] Tkachuk, V.M.: Effect of the generalized uncertainty principle on Galilean and Lorentz transformations. arXiv.1310.6243v1. (2013)
- [12] Kempf, A., Mangano, G.: Minimal length uncertainty relation and ultraviolet regularization. Phys. Rev. D. 55, 7909–7920 (1997)
- [13] Kempf, A., Mangano, G., Mann, R.B.: Hilbert space representation of the minimal length uncertainty relation. Phys. Rev. D. 52, 1108–1118 (1995)
- [14] Adler, R.J.: *Six easy roads to the Planck scale*. Am. J. Phys. 78, 925–932 (2010)
- [15] Hobson, M.P., Efstathlou, G.P., Lasenby, A.N.: General Relativity: An Introduction for Physicists 1st edn., Cambridge University Press (2006)
- [16] Bialynicki-Birula, I., Bialynicki-Birula, Z.: Uncertainty Relation for Photons. Phys. Rev. Lett. 108, 140401 (2012)
- [17] Ryder, L.H.: Quantum Field Theory, Cambridge University Press (1985)
- [18] Mandl, F., Shaw, G.P.: Quantum Field Theory 2nd edn., Wiley (2010)

Penerapan Second Vertical Derivative (SVD) Pada Data Gravitasi Untuk Mengidentifikasi Keberadaan Patahan Di Sepanjang Pegunungan Serayu Selatan Kabupaten Banyumas

Lasmita Sari, Seha, dan Hartono

Program Studi Fisika, Fakultas MIPA, Universitas Jenderal Soedirman
Jalan Dr. Suparno No.61 Karangwangkal Purwokerto Jawa Tengah
Email: lasmi_indonesia@yahoo.co.id

Abstrak – Penelitian menggunakan data gravitasi telah dilakukan untuk mengetahui struktur patahan yang dapat meminimisasi dampak bencana akibat aktivitas geologi di sepanjang Pegunungan Serayu Selatan Kabupaten Banyumas. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data topografi yang diperoleh dari Scripps Institution of Oceanography, Universitas California San Diego dan peta lengkap anomali bouger di Kabupaten Banyumas. Pengolahan data dimulai dengan pendigitan untuk mengetahui nilai anomali bouger lengkap. Metode kontinuasi ke atas digunakan untuk memisahkan anomali regional dan residual. Analisis SVD dilakukan untuk menentukan patahan. Pemodelan bawah permukaan dilakukan menggunakan metode $2\frac{1}{2}$ D Talwani dalam program grav2DC. Analisis SVD menunjukkan ada patahan di sekitar pegunungan Serayu Selatan Kabupaten Banyumas. Pemodelan dalam penelitian ini menunjukkan terdapatnya patahan yang memiliki kemiringan yang bervariasi antara 60° hingga 72° . Patahan terletak pada kontak antara Formasi Halang dan anggota breksi Formasi Halang. Jenis patahan yang diidentifikasi adalah jenis patahan turun dengan kemiringan lapisan batuan $<20^{\circ}$.

Kata kunci: Patahan, Metode Gravity, Second Vertical Derivative, Pegunungan Serayu Selatan.

Abstract – The research using gravity data has been done to find out the structure that can cause disaster due to geological activity along Serayu Selatan Mountain Banyumas Regency. The data that used in this research was a topography data obtained from Scripps Institution of Oceanography, University of California San Diego and the map of complete bouguer anomaly Banyumas Regency. Data processing is begun by digitized to obtain complete bouguer anomalies. Upward Continuation method was used to separate regional and residual anomaly. The analysis of SVD was performed to determine of fault. Subsurface modeling was performed using $2\frac{1}{2}$ D Talwani method in the grav2DC program. SVD analysis shows there is a fault in the surrounding mountains of South Serayu, Banyumas. Modeling shows that the structural fault in this research had a dip that varies between 60° to 72° . The fault lies in contact Halang formation with breccia member of Halang formation. The type of fault identified is the fault type down with the slope of the rock layer $<20^{\circ}$.

Key words: Fault, Gravity Method, Second Vertical Derivative, Mountain of South Serayu.

PENDAHULUAN

Sebanyak 37 desa dari 13 kecamatan di Kabupaten Banyumas (Jawa Tengah) rawan terjadi bencana tanah longsor yang diakibatkan gerakan tanah. Ke-37 desa itu terletak di jalur sesar Pegunungan Serayu Selatan. Salah satu daerah yang diwaspadai Pemerintah Kabupaten (Pemkab) Banyumas adalah Bukit Kemawi atau Bukit Watespogog di Desa Kanding, Kecamatan Somagede. Enam hektar lahan di perbukitan tersebut longsor dan terdapat 25 hektar lahan di bukit yang sama berpotensi terjadi longsor. Selain itu, gerakan tanah di Bukit Kemawi menyebabkan harta benda dan fasilitas umum rusak, seperti lahan perkebunan cengkeh

masyarakat serta terancamnya jalan raya Somagede-Banjarnegara (Dharmawan, 2007).

Perilaku patahan di jalur Pegunungan Serayu Selatan dapat dipahami dengan melakukan penelitian terhadap pemodelan sesar yang ada di bawah permukaan daerah penelitian. Struktur patahan di bawah permukaan ini mempunyai peranan penting terhadap proses-proses yang terjadi pada lapisan batuan di atasnya. Dengan mengetahui bentuk sesar yang ada di daerah penelitian, maka proses yang mungkin terjadi berkaitan dengan aktivitas patahan dapat dipahami dengan baik. Untuk mengetahui adanya struktur geologi dapat dilakukan

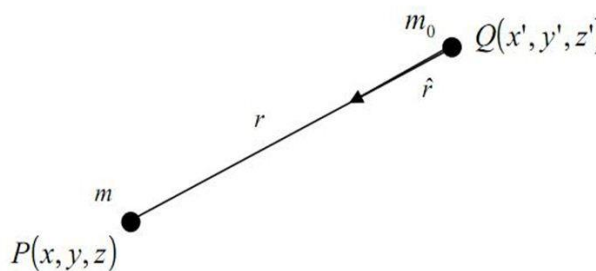
metode-metode geofisika yang menggambarkan keadaan di bawah permukaan.

Metode geofisika yang dilakukan dalam penelitian ini adalah metode gravitasi. Prinsip dasar dari metode ini yaitu mengukur variasi medan gravitasi yang ditimbulkan oleh perbedaan rapat massa batuan di bawah permukaan bumi (Telford, 1990). Metode gravitasi berdasarkan pada hukum Newton tentang gravitasi. Metode gravitasi memiliki kelebihan untuk survei awal eksplorasi geofisika karena dapat memberikan informasi yang cukup detail tentang struktur geologi dan perbedaan densitas batuan (Adhi dkk, 2011).

Analisa *Derivative* medan gaya berat yang digunakan adalah *Second Vertical Derivative*. *Second Vertical Derivative* dapat digunakan untuk menentukan karakteristik patahan yang ada di sekitar Pegunungan Serayu Selatan kabupaten Banyumas yaitu patahan naik atau patahan turun (Sarkowi, 2010).

LANDASAN TEORI

A. *Metode Gravitasi dan Potensial Gravitasi*
Konsep fisika yang mendasari metode gaya berat adalah Hukum Newton. Hukum ini menyatakan bahwa besar gaya gravitasi antara dua massa sebanding dengan perkalian kedua massanya dan berbanding terbalik dengan kuadrat jarak antar kedua pusat massa tersebut (Telford, 1990).



Gambar 1. Interaksi antara dua benda (Telford, 1990).

Gaya yang ditimbulkan antara partikel dengan massa m_0 yang berpusat pada titik Q (x', y', z') dan partikel dengan massa m yang berpusat pada titik P (x, y, z) dapat dilihat pada persamaan (1).

$$\vec{F}(\vec{r}) = -G \frac{m_0 m}{r^2} \hat{r} \quad (1)$$

dengan $r = [(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2]^{\frac{1}{2}}$ dan G adalah konstanta gravitasi umum yang besarnya adalah $6,6732 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$.

Persamaan (1) dapat diubah menjadi persamaan (2) yang merupakan medan gravitasi yang dialami oleh m akibat tarikan m_0 :

$$\vec{E}\left(\frac{\vec{r}}{r}\right) = -G \frac{m}{r^2} \hat{r} \quad (2)$$

Medan gravitasi merupakan medan yang bersifat konservatif, maka medan gravitasi dapat dinyatakan sebagai gradien dari suatu fungsi potensial skalar. Pernyataan tersebut dapat dilihat pada persamaan (3):

$$\vec{E}\left(\frac{\vec{r}}{r}\right) = -\nabla U\left(\frac{\vec{r}}{r}\right) \quad (3)$$

dengan $U\left(\frac{\vec{r}}{r}\right) = -G \frac{m}{r}$ merupakan potensial

gravitasi dari massa m . Potensial medan gravitasi dari suatu distribusi massa yang kontinu dapat dihitung dengan pengintegralan, yang dituliskan pada persamaan (4)

$$U\left(\frac{\vec{r}}{r}\right) = -G \int \frac{dm}{\left|\frac{\vec{r}}{r} - \frac{\vec{r}_0}{r_0}\right|} \quad (4)$$

B. *Analisa Second Vertical Derivative (SVD)*
SVD bersifat sebagai *high pass filter*, sehingga dapat menggambarkan anomali residual yang berhubungan dengan struktur dangkal dan dapat digunakan untuk mengidentifikasi jenis patahan apakah termasuk patahan turun atau patahan naik. Perhitungan SVD diturunkan langsung dari persamaan Laplace untuk anomali gaya berat di permukaan yang dituliskan dalam persamaan:

$$\nabla^2 g = 0 \text{ atau}$$

$$\frac{\partial^2 g}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial z^2} = 0 \quad (5)$$

Sehingga SVD diberikan oleh persamaan:

$$\frac{\partial^2 g}{\partial z^2} = -\frac{\partial^2 g}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 g}{\partial y^2} \quad (6)$$

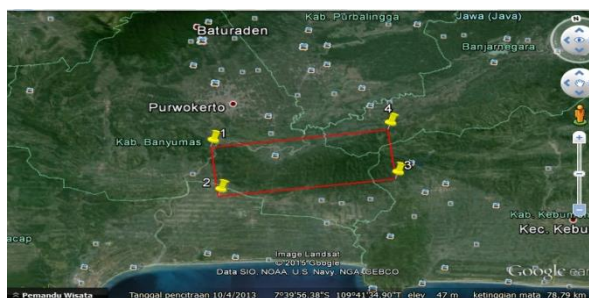
METODE PENELITIAN/EKSPERIMEN

Lokasi penelitian adalah di sekitar Pegunungan Serayu Selatan yang masuk ke dalam wilayah administratif Kabupaten Banyumas. Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data Anomali Bouguer Lengkap lembar Banyumas, Provinsi Jawa Tengah. Peta anomali Bouguer ini dibuat oleh Siagian, *et al* (1995) yang diterbitkan oleh Pusat Survei Geologi Bandung (PSG) Bandung. Data topografi diperoleh dari website *Satellite Geodesy at the Scripps Institution of Oceanography, University of California San Diego* (<http://topex.ucsd.edu>). Daerah survei terletak di antara 109°12'30" BT – 109°27' BT dan 7°30' LS – 7°35' LS dengan luas area 26 km x 9 km.

Prosedur penelitian ini meliputi 4 tahap yaitu persiapan, pendigitan, pengolahan data, dan interpretasi. Peralatan dan bahan yang digunakan ialah Personal Komputer, Program Aplikasi *Microsoft Excel 2010*, Program aplikasi *notepad*, *Software Geocal*, *Software Matlab 2010*, *Software Surfer versi 13*, *Software Grav2dc for Windows*, *Software Fortran*, Peta anomali Bouguer Lembar Banyumas skala 1:100.000, Peta geologi Lembar Banyumas skala 1:100.000, dan Data sekunder topografi.

Tinjauan Geologi Daerah Penelitian

Pegunungan Serayu Selatan merupakan antiklin yang sederhana dan sempit di bagian Barat Kabupaten Banyumas, yaitu di sekitar Ajibarang. Sedangkan di bagian timur Banyumas berkembang antiklinorium dengan lebar mencapai 30 kilometer yaitu di sekitar Lok Ulo. Bagian timur Pegunungan Serayu Selatan merupakan struktur *dome* sedangkan berdekatan dengan Kecamatan Jatilawang terdapat suatu antiklin yang terpotong oleh Sungai Serayu (Sujanto & Roskamil, 1995).

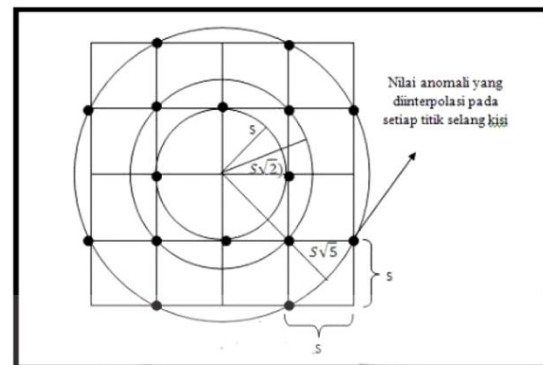


Gambar 2. Daerah Penelitian dari Google Earth.

Second Vertical Derivative

Analisa *Second Vertical Derivative* dilakukan pada data anomali bouguer lengkap yang telah ada. Proses SVD dilakukan dengan menggunakan persamaan yang diturunkan oleh Rosenbach (1953):

$$\frac{\partial^2 g}{\partial z^2} = \frac{1}{24s^2} (96\bar{T}_0 - 72\bar{T}_1 - 32\bar{T}_2 + 8\bar{T}_3) \quad (7)$$

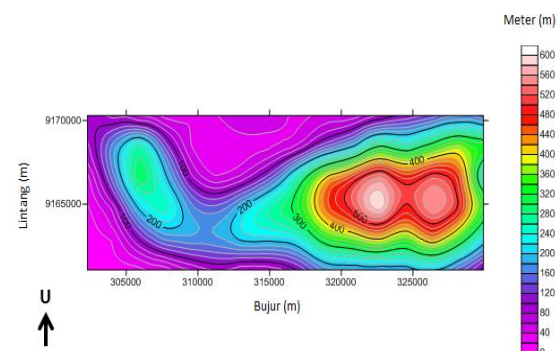


Gambar 3. Diagram perhitungan pendekatan turunan kedua Menggunakan grid (Rosenbach, 1953).

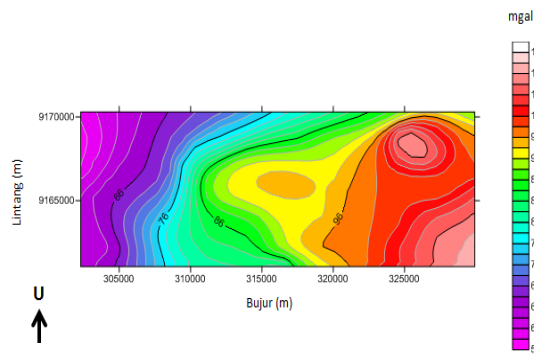
HASIL DAN PEMBAHASAN

Anomali Bouguer Lengkap

Data anomali Bouguer lengkap yang telah dilakukan proses pendigitan kemudian diolah menggunakan *Surfer 13*.



Gambar 4. Topografi daerah penelitian pada permukaan 2,5D

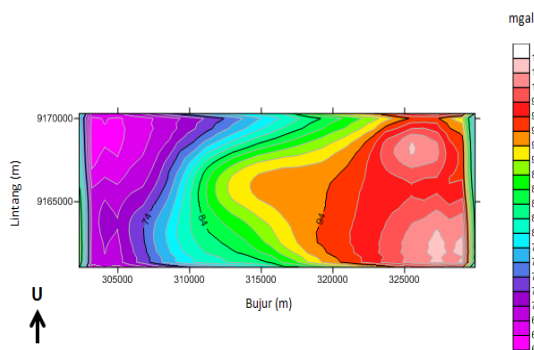


Gambar 5. Kontur anomali Bouguer lengkap di topografi.

Daerah penelitian pada peta anomali Bouguer lengkap diatas mencakup luas area sekitar 26 x 9 kilometer persegi dengan spasi antar titik pengukuran sebesar 597 m. Berdasarkan peta anomali Bouguer lengkap tersebut terlihat bahwa nilai anomali pada area pengukuran berkisar mulai 56 mGal hingga 112 mGal.

Reduksi Bidang Datar

Proses transformasi ini perlu dilakukan karena pengolahan data berikutnya mensyaratkan *input* anomali medan gravitasi harus terdistribusi pada bidang datar. Metode yang dapat digunakan untuk mengubah data anomali medan gravitasi yang masih terdistribusi di bidang tidak datar ke bidang datar adalah melalui pendekatan deret Taylor (*Taylor series approximation*). Peta kontur ABL (Anomali Bouguer Lengkap) di bidang datar dapat dilihat pada Gambar 6.

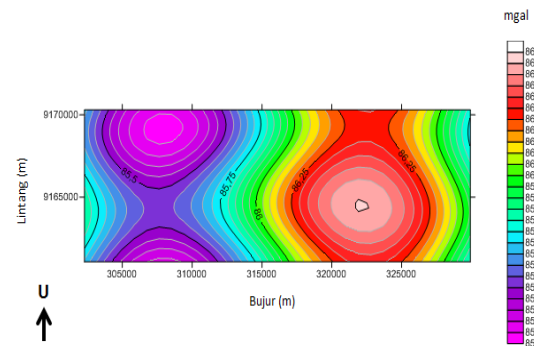


Gambar 6. Peta kontur ABL di bidang datar (interval kontur 2 mGal).

Anomali Regional

Anomali Regional mencerminkan adanya struktur geologi regional yang melandasi batuan diatasnya pada kedalaman tertentu. Metode yang digunakan untuk mengetahui anomali regional adalah metode pengangkatan ke atas

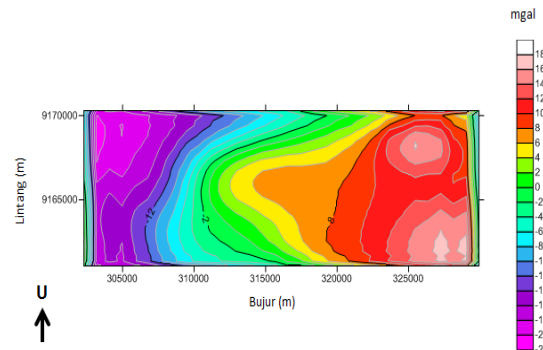
(*Upward Continuation*). Pada penelitian ini diperoleh anomali regional pada pengangkatan ke atas ketinggian 10.100 meter dari bidang datar. Nilai anomali medan gravitasi regional merupakan anomali positif (85,25 s.d. 86,55 mGal). Peta kontur Anomali Regional daerah penelitian dapat dilihat pada Gambar 7.



Gambar 7. Peta kontur Anomali Regional (interval kontur 0,05 mGal)

Anomali Residual

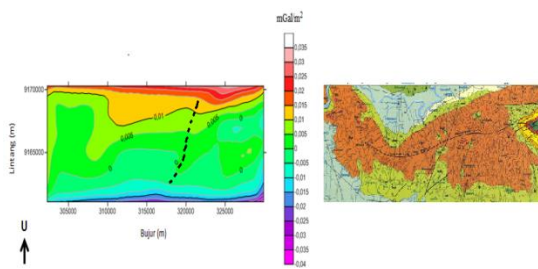
Anomali Residual merupakan pemisah antara anomali Bouguer lengkap di bidang datar dengan anomali regional pada bentuk struktur geologi lokal atau dangkal. Nilai anomali medan gravitasi residual dikelompokkan menjadi anomali negatif (-22 s.d. -2 mGal) dan anomali positif (0 s.d. 20 mGal). Peta kontur Anomali Residual beserta lintasannya daerah penelitian dapat dilihat pada Gambar 8.



Gambar 8. Peta kontur Anomali Residual (interval kontur 2 mGal)

Kontur rapat antara anomali positif dengan negatif pada daerah penelitian terletak pada bagian tengah kontur dengan pola mengarah Timur Laut-Barat Daya. Selain itu, pada bagian Timur Laut daerah penelitian juga terdapat kontur rapat antara anomali positif dengan negatif dengan pola mengarah Barat Laut-Tenggara.

Second Vertical Derivative

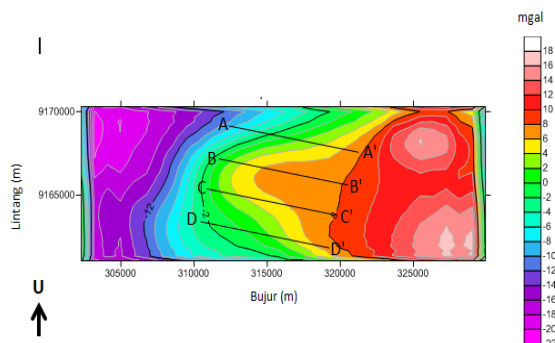


Gambar 9. Peta kontur *Second Vertical Derivative* (SVD)

Peta kontur anomali *Second Vertical Derivative* digunakan untuk menentukan lokasi keberadaan patahan. Berdasarkan kontur di atas dapat dilihat bahwa arahnya sesuai dengan peta geologi daerah penelitian yang diduga disanalh letak patahan berada.

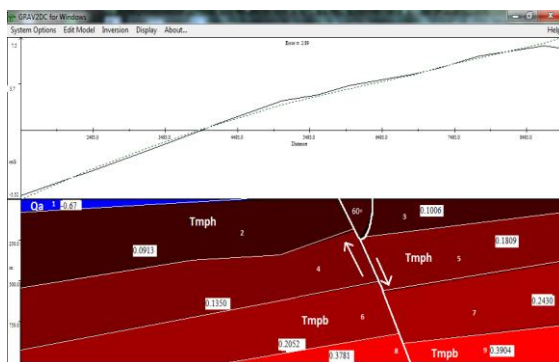
Interpretasi dan Pemodelan 2,5 D

Data hasil proses *digitize* dan *slice* anomali residual merupakan data masukan untuk program aplikasi *Grav2DC*. Data ini merupakan data anomali medan gaya berat hasil observasi. Dalam penelitian ini dibuat 4 penampang lintasan, yaitu lintasan A, B, C dan D.



Gambar 10. Pengambilan penampang lintasan pada kontur anomali residual.

Penampang Lintasan A-A'

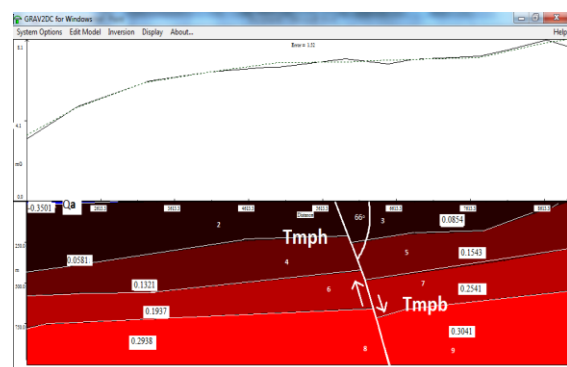


Gambar 11. Model benda anomali lintasan A-A'

Formasi Alluvium memiliki perbedaan densitas sebesar $-0,67 \text{ g/cm}^3$. Batuan pada formasi ini terdiri atas: lempung, lanau, pasir, kerikil dan kerakal. Sedangkan Formasi Halang memiliki perbedaan densitas sebesar $0,0913 \text{ g/cm}^3$, $0,1006 \text{ g/cm}^3$, $0,1350 \text{ g/cm}^3$ dan $0,1809 \text{ g/cm}^3$. Pada Formasi Halang terjadi perbedaan nilai densitas, Hal ini diakibatkan oleh peristiwa pemadatan yang menyebabkan batuan yang terletak paling bawah memiliki densitas lebih besar. Selain karena perbedaan densitas, fenomena fisis pemadatan juga terjadi karena adanya dominasi batuan tertentu. Batuan pada formasi Halang terdiri atas: batu lempung, perselingan pasir, napal dan tuff dengan sisipan breksi.

Anggota Breksi Formasi Halang Formasi Halang memiliki perbedaan densitas sebesar $0,2052 \text{ g/cm}^3$, $0,2430 \text{ g/cm}^3$, $0,3781 \text{ g/cm}^3$ dan $0,3904 \text{ g/cm}^3$. Batuan pada anggota breksi formasi Halang terdiri atas: batuan breksi, andesit dan lava basaltik. Patahan pada model A-A' terlihat sangat jelas dengan adanya pergerakan relatif *hanging wall* ke bawah. *Hanging wall* sendiri adalah dua buah sesar bersandingan secara non-vertikal. Berdasarkan pemodelan sayatan diperoleh informasi *dip*. *Dip* merupakan sudut kemiringan patahan terhadap permukaan.

Penampang Lintasan B-B'

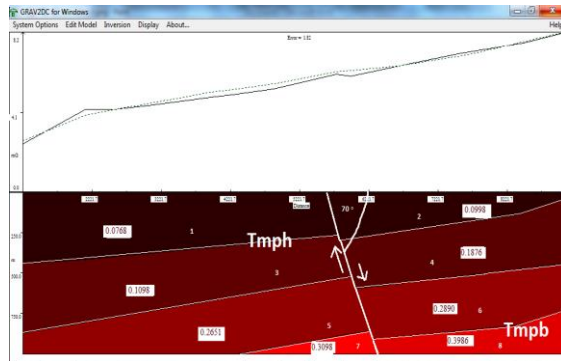


Gambar 12. Model benda anomali lintasan A-A'

Formasi Alluvium memiliki perbedaan densitas sebesar $-0,3501 \text{ g/cm}^3$, batuan pada formasi ini terdiri atas: lempung, lanau, pasir, kerikil dan kerakal. Formasi Halang memiliki perbedaan densitas sebesar $0,0581 \text{ g/cm}^3$, $0,0854 \text{ g/cm}^3$, $0,1321 \text{ g/cm}^3$ dan $0,1543 \text{ g/cm}^3$. Batuan pada formasi Halang terdiri atas: batu lempung, perselingan pasir, napal dan tuff dengan sisipan breksi. Anggota Breksi Formasi Halang

memiliki perbedaan densitas sebesar $0,1937 \text{ g/cm}^3$, $0,2541 \text{ g/cm}^3$, $0,2938 \text{ g/cm}^3$ dan $0,3041 \text{ g/cm}^3$. Batuan pada anggota breksi formasi Halang terdiri atas: batuan breksi, andesit dan lava basaltik. Patahan pada model B-B' terlihat sangat jelas dengan adanya pergerakan relatif *hanging wall* ke bawah.

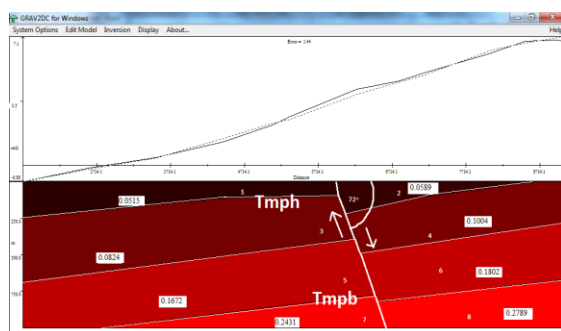
Penampang Lintasan C-C'



Gambar 13. Model benda anomali lintasan C-C'.

Formasi satuan batuan yang terdeteksi pada sayatan C adalah formasi Halang (Tmph) dan anggota breksi formasi Halang (Tmfb). Formasi Halang memiliki perbedaan densitas sebesar $0,0768 \text{ g/cm}^3$, $0,0998 \text{ g/cm}^3$, $0,1098 \text{ g/cm}^3$ dan $0,1876 \text{ g/cm}^3$. Batuan pada formasi Halang terdiri atas: napal dan tuff dengan sisipan breksi, batu lempung dan perselingan pasir. Anggota Breksi Formasi Halang memiliki perbedaan densitas sebesar $0,2651 \text{ g/cm}^3$, $0,2890 \text{ g/cm}^3$, $0,3098 \text{ g/cm}^3$ dan $0,3986 \text{ g/cm}^3$. Batuan pada anggota breksi formasi Halang terdiri atas: batuan breksi, andesit dan lava basaltik. Patahan pada model C-C' terlihat sangat jelas dengan adanya pergerakan relatif *hanging wall* ke bawah. Berdasarkan pemodelan sayatan diperoleh informasi *dip*.

Penampang Lintasan D-D'



Gambar 14. Model benda anomali lintasan D-D'.

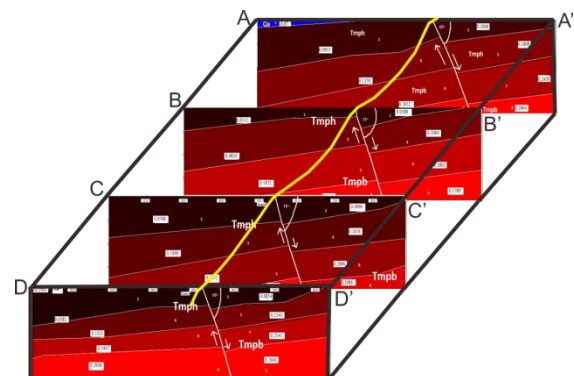
Formasi Halang memiliki perbedaan densitas sebesar $0,0515 \text{ g/cm}^3$, $0,1135 \text{ g/cm}^3$, $0,0589 \text{ g/cm}^3$ dan $0,0824 \text{ g/cm}^3$. Batuan pada formasi

Halang terdiri atas: batu lempung, perselingan pasir, napal dan tuff dengan sisipan breksi. Anggota Breksi Formasi Halang memiliki perbedaan densitas sebesar $0,1004 \text{ g/cm}^3$, $0,1672 \text{ g/cm}^3$, $0,2431 \text{ g/cm}^3$ dan $0,2789 \text{ g/cm}^3$. Batuan pada anggota breksi formasi Halang terdiri atas: batuan breksi, andesit dan lava basaltik. Patahan pada model D-D' terlihat sangat jelas dengan adanya pergerakan relatif *hanging wall* ke bawah. Berdasarkan pemodelan sayatan diperoleh informasi *dip*.

Berdasarkan gambar pemodelan, setiap lintasan terdapat patahan dengan daerah yang berbeda-beda. Lintasan A, B, C, dan D secara berurutan melewati daerah Somagede, Ajibarang, Talahab dan Karangsalam. Adapun jenis patahan yang teridentifikasi adalah jenis patahan turun dengan kemiringan lapisan batuan $<20^\circ$.

Penggabungan Model-Model 2,5D

Model - model pada sayatan A, B, C dan D dibuat dengan arah lintasan sejajar serta memiliki panjang lintasan yang sama.



Gambar 15. Penggabungan model-model 2,5D yang telah dibuat.

Hasil pemodelan 2,5D dibuat berdasarkan nilai anomali residual yang dalam pemodelannya dikorelasikan dengan informasi geologi dan hasil analisa *Second Vertical Derivative*. Penggabungan model-model tersebut menunjukkan keberadaan bentangan patahan terlihat kontinu. Keberadaan patahan terdeteksi tepat mulai lintasan A sampai setelah lintasan D, adapun sudut kemiringan patahan bervariasi antara 60° sampai 72° .

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian dapat disimpulkan bahwa analisa *Second Vertical Derivative* mampu mengidentifikasi untuk memperkirakan adanya patahan atau patahan daerah sekitar Pegunungan Serayu Selatan. Struktur patahan daerah penelitian memiliki *dip* yang bervariasi antara 60° sampai 72° . Secara keseluruhan patahan terletak pada kontak antara Formasi Halang dan anggota breksi Formasi Halang. Formasi Halang memiliki densitas rata-rata $2,7875 \text{ g/cm}^3$ yang tersusun atas batu lempung, perselingan pasir, napal dan tuff dengan sisipan breksi. Anggota breksi Formasi Halang memiliki densitas rata-rata $2,95 \text{ g/cm}^3$ yang tersusun atas batuan breksi, andesit dan lava basaltik. Setiap lintasan terdapat patahan dengan daerah yang berbeda-beda. Lintasan A, B, C, dan D secara berurutan melewati daerah Somagede, Ajibarang, Talahab dan Karangsalam. Adapun jenis patahan yang teridentifikasi adalah jenis patahan turun dengan kemiringan lapisan batuan $<20^{\circ}$.

Untuk penelitian selanjutnya akan lebih baik jika dilakukan metode geofisika lainnya seperti metode magnetik sebagai data pendukung dari metode gaya berat. Hal tersebut bertujuan untuk memperkuat hasil interpretasi dalam penarikan struktur pada daerah penelitian. Diperlukan juga informasi hasil penelitian geologi yang lebih banyak agar pemodelan struktur bawah permukaan tanah yang dibuat menggunakan program grav2DC lebih mendekati kebenaran.

DAFTAR PUSTAKA

Artikel jurnal:

- [1] Rosenbach, O, 1953, A Contribution to The Computation of "Second Derivative", from Gravity Data, Geophysics, Vol. 18, Hal. 894-912.
- [2] Sarkowi, M., 2010. Identifikasi Struktur Daerah Panas Bumi Ulubelu Berdasarkan Analisa Data SVD Anomali Bouger, Jurnal Sains Mipa Vol.16, Hal. 111-118.

Buku:

- [1] Adhi., P. M., Muhtadi A. H., Achmari, P., Sina Z. Z., Aziz I. J., Subekti P. F. 2011. *Metode Gaya Berat*. Indonesia: Program Studi Fisika, Institut Teknologi Bandung.
- [2] Dharmawan, L. 2007. *Redam Bencana Banyumas*. Banyumas: Pusat Informasi Action Learning Project.
- [3] Siagian, H. P., Sjarif, N., dan Sobari, I. 1995. *Peta Anomali Bouger Lembar Banyumas*. Bandung: Pusat Survei Geologi (PSG).
- [4] Sujanto & Roskamil. 1995. *Fisiografi tektonik Jawa Tengah bagian selatan*. Yogyakarta: Universitas Gajah Mada.
- [5] Telford, W.M., Gedaart, L.P., Sheriff, R.E. 1990. *Applied Geophysics*. Cambridge. New York.

Sensor Kebocoran Arus Listrik pada Aliran Air Water Heater

Hartono*, Sugito dan R. Farzand Abdullatif

Jurusan Fisika, Fakultas MIPA, Universitas Jenderal Soedirman

Jl. Dr. Soeparno 61 Karangwangkal Purwokerto

* Corresponding Autor: harlaras@gmail.com

Abstrak – Kebocoran arus listrik pada water heater elektrik tidak dapat dideteksi secara visual. Hal ini dapat berdampak buruk pada penggunaannya, karena arus listrik bocor akan mengikuti aliran air. Sensor arus listrik merupakan sensor yang dapat mendeteksi terjadinya kebocoran arus listrik pada water heater. Sensor akan mendeteksi terjadinya kebocoran arus listrik dalam aliran air dari water heater. Sensor dibuat dari elektroda tembaga yang ditanam dalam pipa PVC. Pengujian sensor dilakukan terhadap variasi tegangan pada hambatan tetap dan variasi hambatan pada tegangan tetap. Variasi tegangan AC dilakukan dari 0 sampai 220 volt sementara variasi hambatan mulai dari 1 K Ω sampai 100 K Ω . Kondisi hambatan 1 K Ω mewakili hambatan kulit tubuh manusia dalam keadaan basah dan 100 K Ω mewakili hambatan kulit tubuh dalam keadaan kering terisolasi. Hasil analisis menunjukkan bahwa sensasi syok tidak nyeri mulai dapat dirasakan pada tegangan 30 V arus sebesar 5,16 mA pada kondisi hambatan 1 K Ω . Sementara pada kondisi kebocoran tegangan 220 V, sensasi syok tidak nyeri mulai dirasakan pada kondisi hambatan tubuh 42 K Ω dengan arus sebesar 4,99 mA.

Kata kunci: sensor arus, kebocoran arus listrik, water heater, syok tidak nyeri.

Abstract – Leakage of electric current in electric water heater cannot be detected visually. This can have a negative impact on the user, because a leaky electric current will follow the flow of water. An electric current sensor detecting current leak into water flowing out from a water heater has been constructed. The sensor is made of a copper electrode implanted in a PVC pipe. It is subjected to tests in which the voltage is varied at constant resistance and otherwise the resistance is varied at constant voltage. The variation of the AC voltage is conducted from 0 to 220 volt whereas that of the resistance is from 1 K Ω to 100 K Ω . The 1 K Ω resistance is meant to represent the resistance of human skin in wet condition and the 100 K Ω represents that of dry insulated skin. Analysis shows that unpainful shock sensation surges at 30 V, 5.16 mA, with 1 K Ω resistance. In the current leak condition at 220 V, unpainful shock is sensed at body resistance of 42 K Ω with 4.99 mA current.

Key words: Current sensor, current leak, water heater, unpainful shock

PENDAHULUAN

Kebocoran arus listrik pada water heater merupakan masalah yang serius. Arus listrik tidak hanya mengalir melalui bahan penghantar atau konduktor padat, melainkan juga dapat terjadi melalui medium cair, seperti air. Akibat terjadinya kebocoran arus listrik dapat menyebabkan terjadinya sengatan listrik pada tubuh manusia. Kebocoran arus listrik dari pemanas air elektrik pernah terjadi dan tidak terdeteksi secara visual, akibatnya adalah pengguna meninggal dunia.

Setiap penghantar mempunyai hambatan yang bervariasi dalam mengalirkan arus listrik. Tubuh manusia merupakan salah satu penghantar listrik yang baik sekalipun

tubuh manusia memiliki hambatan listrik. Hambatan tubuh manusia pada kondisi kulit kering berkisar antara 1000 sampai dengan 100.000 Ω , sedangkan pada kondisi kulit basah akan menurun sampai $\leq 1000 \Omega$ [1]. Sengatan arus listrik yang terjadi pada tubuh manusia akan memberikan dampak negatif yang bervariasi. Dampak yang dapat terjadi mulai yang paling ringan adalah kejutan otot, kejang pada sebagian organ termasuk jantung sampai pada terbakarnya jaringan tubuh [2]. Kejadian sengatan arus listrik yang selama ini sering terjadi adalah karena aliran arus listrik bolak balik (AC). Berdasarkan pada penelitian yang pernah dilakukan Cekin N, dkk menunjukkan bahwa kematian akibat sengatan listrik tegangan

rendah di rumah tangga dan tempat kerja mencapai 34,9% [3].

Perubahan polaritas yang terjadi setiap waktu menyatakan frekuensi dari arus AC. Frekuensi arus AC akan mempengaruhi kontraksi pada otot. Hal ini yang menyebabkan arus AC jauh lebih berbahaya dibandingkan arus DC pada nilai tegangan yang sama [4]. Sengatan arus listrik AC dapat mengakibatkan kontraksi otot secara terus menerus selama aliran arus belum terputus. Hal ini menyebabkan korban mengalami kejang pada bagian organ-organ tubuhnya termasuk tangan dan kaki. Hal ini yang menyebabkan korban tidak mempunyai kemampuan untuk melepaskan diri dari sengatan arus listrik. Otot rangka merupakan jaringan yang membawa arus listrik paling besar karena otot rangka memiliki proporsi volume yang paling besar dibandingkan jaringan lainnya [5].

Pengaruh yang dapat terjadi akibat sengatan listrik adalah kerusakan organ atau jaringan tubuh. Tingkat kerusakan yang terjadi pada tubuh korban dipengaruhi oleh hambatan tubuh, tegangan dan arus listriknya. Hambatan tubuh dipengaruhi oleh tingkat kebasahan bagian luar tubuh. Hambatan tubuh yang basah atau berkeringat akan menurun sampai $\leq 1000 \Omega$. Penurunan hambatan tubuh akan memudahkan arus listrik masuk dalam tubuh. Semakin besar arus listrik yang masuk dalam tubuh akan semakin besar juga pengaruh yang terjadi. Pengaruh sengatan listrik pada tubuh manusia pada berbagai nilai arus seperti terlihat pada **Tabel 1**.

Tabel 1. Pengaruh sengatan listrik terhadap organ tubuh manusia dengan asumsi terjadi kontak langsung dengan kulit [4]

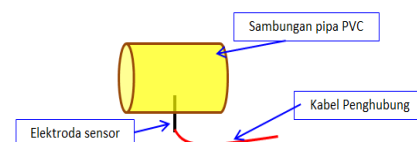
I (mA)	Efek fisiologis	V pada R_{tubuh}	
		1 K Ω	100 K Ω
1	batas ambang merasa geli	1	10
5	sensasi syok, tidak nyeri	5	500
10 – 20	nyeri disertai kontraksi otot yang hebat dan kesulitan bernafas	10	1000
100 – 300	fibrilasi ventrikel dan kelumpuhan pernafasan	100	10000
6000	fibrilasi ventrikel, kelumpuhan pernafasan, dan luka bakar	6000	600000

Sesuai dengan hukum Kirchhoff, aliran arus listrik (I) hanya akan terjadi dalam loop tertutup. Dalam sebuah loop tertutup terdiri dari sumber tegangan dan hambatan yang terhubung sehingga menyebabkan terjadinya aliran arus listrik. Tubuh manusia merupakan salah satu penghantar sekaligus hambatan untuk membentuk loop tertutup. Menurut hukum Ohm, kemudahan aliran muatan listrik pada suatu penghantar ditentukan oleh dua faktor, yaitu hambatan (R) dari penghantar dan beda potensial (V) pada kedua ujungnya [6], sehingga dapat dituliskan sebagai berikut:

$$I = \frac{V}{R} \quad (1)$$

METODE PENELITIAN/EKSPERIMEN

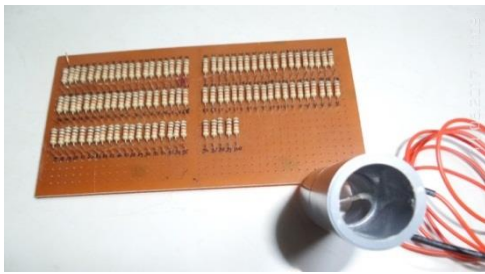
Penelitian dilakukan dengan metode eksperimen di laboratorium. Sensor digunakan untuk mendeteksi terjadinya kebocoran arus listrik dalam aliran air yang keluar dari water heater. Sinyal listrik yang terdeteksi oleh sensor dikarakterisasi untuk mendapatkan nilai arus dan tegangan pada berbagai nilai tegangan dan kondisi hambatan tubuh. Karakterisasi dilakukan terhadap variasi tegangan pada kondisi hambatan konstan dan variasi hambatan pada tegangan konstan. Variasi hambatan dilakukan mulai dari 1 sampai 100 K Ω setiap 1 K Ω . Variasi hambatan ini untuk menggantikan nilai hambatan tubuh manusia mulai dari keadaan kulit basah sampai kering. Hambatan kulit tubuh manusia berkisar dari 300 sampai 1000 ohm [1]. Hasil karakterisasi diperoleh arus dan tegangan yang dapat digunakan untuk menentukan pengaruhnya terhadap kesehatan. Rancangan sensor seperti terlihat pada **Gambar 1**.



Gambar 1. Rancangan sensor kebocoran arus listrik.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Sensor kebocoran arus dibuat dari bahan pipa PVC dan elektroda tembaga. Sambungan pipa PVC berukuran $\frac{1}{2}$ inch diberi lobang untuk memasukkan elektroda tembaga. Sambungan ini dapat langsung dipasang pada pipa aliran air yang keluar dari water heater. Elektroda yang terdapat didalamnya yang bertugas mendeteksi apabila terjadi kebocoran arus listrik dalam aliran air. Sementara hambatan uji sebagai pengganti hambatan tubuh manusia menggunakan hambatan tetap sebesar $1\text{ K}\Omega$ sebanyak 100 buah. Rangkaian hambatan disusun dengan konfigurasi seri, sehingga hambatan totalnya sebesar $100\text{ K}\Omega$. Tampilan sensor dan variasi hambatan seperti terlihat pada Gambar 2.



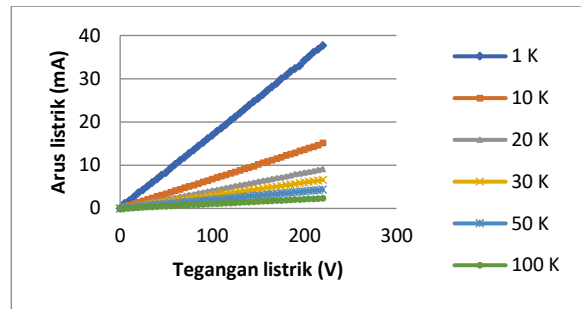
Gambar 2. Sensor kebocoran arus listrik dan hambatan uji

Karakterisasi pertama dilakukan terhadap sensor adalah variasi tegangan kebocoran arus untuk hambatan konstan. Nilai hambatan ditetapkan sebesar $1\text{ K}\Omega$, $10\text{ K}\Omega$, $20\text{ K}\Omega$, $50\text{ K}\Omega$ dan $100\text{ K}\Omega$. Tegangan divariasikan mulai 0 sampai 220 volt AC setiap 5 volt. Hasil pengukuran arus pada variasi tegangan seperti terlihat pada grafik **Gambar 3**. Menurut Prasad, 2010, sensasi syok tidak nyeri terjadi pada sengatan arus listrik sebesar 5 mA. Batasan efek sensasi syok tidak nyeri ditetapkan sebagai batas terendah. Hal ini dengan pertimbangan bahwa pada efek ini manusia masih dapat memberikan reaksi untuk menyelamatkan diri. Sementara efek yang lebih besar dari ini sudah mulai membahayakan bagi kondisi tubuh. Hasil analisis menunjukkan bahwa sensasi syok tidak nyeri terjadi pada tegangan AC yang berbeda untuk kondisi hambatan tubuh yang berbeda. Batas tegangan yang mulai memberikan sensasi syok tidak nyeri seperti terlihat pada **Tabel 2**.

Tabel 2. Efek syok tidak nyeri dari kebocoran arus listrik dalam air untuk kondisi hambatan tubuh yang berbeda.

1	10	20	30	50	100
$\text{K}\Omega$	$\text{K}\Omega$	$\text{K}\Omega$	$\text{K}\Omega$	$\text{K}\Omega$	$\text{K}\Omega$

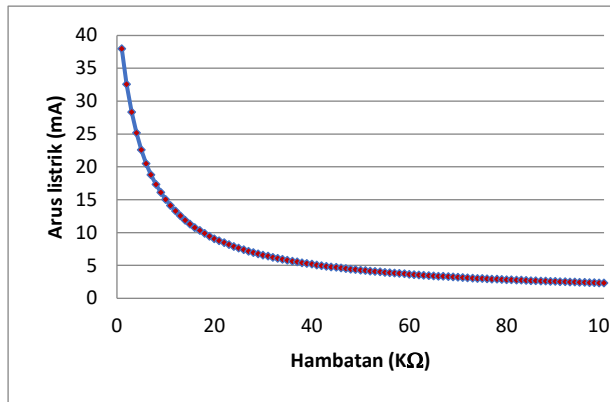
Arus (mA)	5,16	5,08	4,95	4,9	4,14	2,15
Tegangan (V _{AC})	30	75	120	165	220	220



Gambar 3. Respon kebocoran arus listrik dalam air pada variasi tegangan

Berdasarkan pengujian sensor diperoleh respon arus pada beberapa nilai hambatan bervariasi. Respon arus listrik yang mulai memberikan sensasi syok tidak nyeri terjadi pada hambatan $1\text{ K}\Omega$ sebesar 5,16 mA pada tegangan sumber 30 V_{AC}. Hambatan $1\text{ K}\Omega$ merupakan tubuh dalam kondisi basah, dengan demikian dapat diartikan bahwa tubuh mulai merasakan sensasi syok tidak nyeri pada tegangan sumber 30 V_{AC}. Respon arus listrik pada hambatan yang semakin besar yang memberikan sensasi syok tidak nyeri terjadi pada tegangan sumber yang makin besar. Pada hambatan 50 dan 100 K Ω dapat diartikan tidak sampai memberikan sensasi syok tidak nyeri sekalipun tegangan sumber yang bocor mencapai 220 V_{AC}. Pada pengujian ini, dapat disimpulkan bahwa sensor mampu merespon terjadinya kebocoran arus listrik dalam air.

Karakterisasi yang kedua dilakukan terhadap variasi hambatan tubuh pada kondisi tegangan tetap. Tegangan ditetapkan sebesar 220 V_{AC}, sementara hambatan pengganti tubuh divariasikan dari 1 sampai 100 K Ω setiap 1 K Ω . Hasil pengukuran dapat ditunjukkan seperti pada **Gambar 4**. Berdasarkan pada data hasil pengukuran untuk tegangan tetap sebesar 220 V_{AC}, sensasi syok tidak nyeri mulai dirasakan pada hambatan tubuh 42 K Ω dengan arus kebocoran sebesar 4,99 mA. Dengan demikian, untuk hambatan tubuh yang lebih rendah dari 42 K Ω akan merasakan efek kejutan listrik yang lebih besar.



Gambar 4. Respon kebocoran arus listrik dalam air pada variasi hambatan untuk tegangan tetap 220 V.

Berdasarkan pada hasil karakterisasi sensor dapat dinyatakan bahwa sensor dapat merespon terjadinya kebocoran arus listrik AC dengan baik. Dengan demikian sensor dapat diaplikasikan pada jaringan pipa pemanas air. Sensor dapat diintegrasikan dengan rangkaian pengendali sebagai sistem otomatisasi. Dengan sistem otomatisasi semacam ini diharapkan akan dapat menekan jatuhnya korban jiwa yang diakibatkan oleh kebocoran arus listrik dalam air.

KESIMPULAN

1. Sensor dapat merespon kebocoran arus listrik dalam air dari tegangan 5 hingga 220 V_{AC}.
2. Sensasi syok tidak nyeri mulai dirasakan pada kondisi hambatan tubuh 1 KΩ terjadi pada tegangan 30 V, hambatan 10 KΩ pada tegangan 75 V, hambatan 20 KΩ pada tegangan 120 V, hambatan tubuh 30 KΩ pada tegangan 165 V. Sementara pada hambatan 50 KΩ dan 100 KΩ tidak terjadi sensasi syok tidak nyeri sampai pada tegangan 220 V.
3. Kebocoran pada tegangan 220 V_{AC} mulai memberikan efek sensasi syok tidak nyeri pada kondisi hambatan tubuh ≤ 42 KΩ.

UCAPAN TERIMA KASIH

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terimakasih kepada pihak-pihak yang sudah membantu terlaksananya penelitian ini. Penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Lembaga Penelitian dan Pengabdian Pada Masyarakat UNSOED yang sudah memberikan dana penelitian.
2. Laboratorium Elektronika Instrumentasi dan Geofisika Jurusan Fisika FMIPA UNSOED.

PUSTAKA

- [1] Reddy, G. N., & Reddy, G. J. (2013). Effects of Wireless Electricity on Human Bodies. *International Journal of Engineering Trends and Thechnology (IJETT)*, 2567-2569.
- [2] AllAboutCircuits. (2015). Physiological Effects of Electricity.
- [3] Cekin, e. a. (2005). Childhood Deaths Due To Electrocution In Adana. *Tohoku J. Exp. Med*, 73-80
- [4] Prasad, D., Sharma, A. K., & Sharma, H. C. (2010). *International Journal of Electrical and Power Engineering, Electric Shock and Human Body*. India: National Institute of Technology
- [5] Hannig, J., Lee, R. C., & Zhang, D. (2000). Biophysical Injury Mechanisms In Electrical Shock Trauma. *Annual Review Biomedical Engineering*, 477-509.
- [6] Alonso. M dan Edward J. Finn. 1994. *Dasar-Dasar Fisika Universitas, Edisi Kedua Jilid 2*. Penerbit Erlangga: Jakarta

Solusi Polinomial Romanovski pada Analisis Energi dan Fungsi Gelombang Potensial Non Sentral Rosen Morse Plus Rosen Morse

Cecilia Yanuarief^[1]

^[1]Program Studi Fisika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

Jl. Marsda Adisutjipto No. 1, Yogyakarta 55281

Telp : 274-512474, 274-589621 Fax. 274-586117

E-mail : cecilia.yanuarief@uin-suka.ac.id

Abstrak – Penelitian ini bertujuan untuk menentukan nilai energi dan fungsi gelombang persamaan Schrödinger potensial non sentral Rosen Morse plus Rosen Morse. Persamaan Schrödinger diselesaikan menggunakan metode polinomial Romanovski. Tingkat energi yang diperoleh merupakan fungsi tertutup sedangkan fungsi gelombang baik polar maupun radial dinyatakan dalam bentuk persamaan polinomial Romanovski. Untuk menunjukkan akurasi hasil penelitian ini, spektrum energi dan fungsi gelombang bagian polar maupun radial serta grafik rapat probabilitas divisualisasikan dengan pemrograman komputer. Visualisasi fungsi gelombang radial yang terbentuk mendeskripsikan nilai probabilitas ditemukannya partikel, sedangkan visualisasi fungsi gelombang polar yang terbentuk mendeskripsikan arah momentum sudut orbital dari sebuah partikel yang berada dalam pengaruh potensial sistem.

Kata kunci: non sentral Rosen Morse, polinomial Romanovski.

PENDAHULUAN

Mekanika kuantum sudah lama dikenal sebagai ilmu dasar bagi pengkajian gejala dan sifat berbagai sistem mikroskopik. Pemanfaatannya tidak hanya berhasil memperluas dan memperdalam pemahaman peristiwa alami di dalam laboratorium, tetapi juga menghasilkan kemajuan teknologi secara luas, dan mempengaruhi kualitas serta corak hidup manusia secara tidak langsung. Perkembangan mekanika kuantum berakar dari konsep dasar teori kuantum yang meliputi dugaan-dugaan baik secara diskrit maupun ketidakteraturan. Teori kuantum terbukti mampu menjelaskan fenomena kuantum dari sistem makroskopik seperti superkonduktivitas dan superfluiditas yang memiliki potensi aplikasi penting. Proses pembelajaran mekanika kuantum selalu melibatkan persamaan-persamaan yang rumit dan penyelesaiannya membutuhkan analisa dan pemikiran yang tinggi. Contoh masalah yang cukup rumit adalah penyelesaian nilai energi dan fungsi gelombang persamaan Schrödinger [5]. Penelitian tentang penyelesaian nilai energi dan fungsi gelombang persamaan Schrödinger merupakan penelitian yang sangat penting dalam ilmu fisika modern. Berbagai metode penyelesaian persamaan Schrödinger untuk gerak partikel pada potensial-potensial sentral

dan non sentral dengan suatu potensial vektor atau suatu potensial skalar terpisahkan telah dikembangkan. Berbagai metode yang telah dikembangkan tersebut diantaranya adalah metode Super Symmetry [3], metode Nikiforov-Uvarov [6], dan metode polinomial Romanovski [1]. Berdasarkan fakta tersebut, maka dilakukanlah penelitian yang bertujuan untuk memecahkan kerumitan dalam menyelesaikan nilai energi dan fungsi gelombang persamaan Schrödinger tersebut dengan cara menggunakan metode polinomial Romanovski. Sebagai pembeda yang menjadi ciri khas penelitian ini adalah potensial persamaan Schrödinger yang digunakan merupakan kombinasi antara dua potensial non sentral yaitu kombinasi antara potensial non sentral Rosen Morse [4] sebagai potensial sistem dan potensial non sentral Rosen Morse sebagai potensial pengganggu, dimana potensial ini merupakan kandidat utama sebagai potensial efektif dalam Quantum Chromodynamic (QCD) [2], sehingga penelitian tentang bagaimana Solusi Polinomial Romanovski pada Analisis Energi dan Fungsi Gelombang Potensial Non Sentral Rosen Morse Plus Rosen Morse menjadi penting untuk dilakukan.

LANDASAN TEORI

Teori Dasar Polinomial Romanovski

Persamaan umum hypergeometry orde dua dinyatakan sebagai berikut,

$$\sigma(x) \frac{d^2 y_n(x)}{dx^2} + \tau(x) \frac{dy_n(x)}{dx} + \lambda_n y_n(x) = 0, \quad (1)$$

$$\sigma(x) = ax^2 + bx + c; \quad \tau = dx + e, \quad (2a)$$

dengan parameter Romanovski,
 $a = 1, b = 0, c = 1, d = 2(1 - p),$ dan $e =$
 $q, p > 0, y_n(x) = D_n^{(p,q)}(x), p > n, \quad (2b)$

Sehingga, persamaan hypergeometry orde dua yang dipenuhi oleh polinomial Romanovski, yaitu,

$$(1 + x^2) \frac{d^2 D_n^{(p,q)}(x)}{dx^2} + (2x(1 - p) + q) \frac{dD_n^{(p,q)}(x)}{dx} - \{n(n - 1) + 2n(1 - p)\} D_n^{(p,q)}(x) = 0. \quad (3)$$

Persamaan Schrödinger dapat direduksi menjadi persamaan differensial orde dua yang dinyatakan dalam bentuk persamaan (3) dengan melakukan substitusi variabel yang sesuai. Cara yang digunakan adalah dengan mensubstitusi fungsi gelombang persamaan Schrödinger dengan permisalan fungsi gelombang Romanovski, yaitu,

$$g(x) = (1 + x^2)^{\frac{\beta}{2}} e^{\frac{-\alpha}{2} \tan^{-1} x} D_n^{(p,q)}(x), \quad (4)$$

dengan,

$$D_n^{(p,q)}(x) = \frac{1}{w(x)} \frac{d^n}{dx^n} ((1 + x^2)^n w(x)). \quad (5)$$

Persamaan (5) merupakan polinomial Romanovski, dengan $w(x)$ merupakan faktor bobot yang dapat ditentukan dengan menggunakan persamaan differensial Pearson, yaitu,

$$\frac{d}{dx} (\sigma(x) w(x)) = \tau(x) w(x). \quad (6)$$

Dengan mensubstitusi persamaan (2a) dan (2b) ke persamaan (6), maka diperoleh,

$$w(x) = \exp \left(\int \frac{(d-2a)x + (e-b)}{ax^2 + bx + c} dx \right),$$

$$w(x) = \exp \left(\int \frac{-2px + q}{1 + x^2} dx \right),$$

$$w(x) = \exp[-p \ln(1 + x^2) + q \tan^{-1} x],$$

$$w(x) = (1 + x^2)^{-p} e^{q \tan^{-1} x}. \quad (7)$$

Menentukan tingkat energi dan fungsi gelombang dengan polinomial Romanovski

Potensial yang merupakan kombinasi dari potensial non sentral Rosen Morse dengan potensial non sentral Rosen Morse adalah;

$$V(r, \theta) = -\frac{\hbar^2}{2m} \left[\frac{V_0}{2} \left(\coth \left(\frac{r}{2a} \right) - 1 \right) \right] + \frac{\hbar^2}{2mr^2} \left[\frac{v(v+1)}{\sin^2 \theta} - 2\mu \cot \theta \right], \quad (8)$$

dengan $V_0 > 0$.

Persamaan Schrödinger untuk persamaan (8) adalah,

$$\begin{aligned} & -\frac{\hbar^2}{2m} \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right] \psi(r, \theta, \varphi) \\ & \quad + \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \left[\frac{V_0}{2} \left(\coth \left(\frac{r}{2a} \right) - 1 \right) \right] \right. \\ & \quad \left. + \frac{\hbar^2}{2mr^2} [v(v+1) \csc^2 \theta - 2\mu \cot \theta] \right] \psi(r, \theta, \varphi) = \\ & \quad E \psi(r, \theta, \varphi). \end{aligned} \quad (9)$$

Dari persamaan (9), diperoleh,

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{P(\theta)} \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) P(\theta) \\ & \quad - \frac{1}{\phi(\varphi)} \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \phi(\varphi) + \\ & \quad [v(v+1) \csc^2 \theta - 2\mu \cot \theta] = \lambda, \end{aligned} \quad (10a)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{R(r)} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) R(r) \\ & \quad + r^2 \left[\frac{V_0}{2} \left(\coth \left(\frac{r}{2a} \right) - 1 \right) \right] + \\ & \quad \frac{2mr^2}{\hbar^2} E = \lambda, \end{aligned} \quad (10b)$$

dengan λ adalah konstanta sparasi dengan nilai $\lambda = l(l+1)$ dan l adalah bilangan kuantum orbital, $l = 0, 1, 2, \dots$. Penyelesaian persamaan gelombang untuk bagian azimuth pada persamaan (10a), yaitu,

$$\phi = A_m e^{im\varphi}, \quad (10c)$$

dengan A_m adalah konstanta normalisasi dan $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \dots$

Penyelesaian Fungsi Gelombang Persamaan Schrödinger Bagian Polar

Dari substitusi persamaan (10c) kepersamaan (10a), diperoleh,

$$\frac{\partial^2 P(\theta)}{\partial \theta^2} + \cos \theta \frac{\partial P(\theta)}{\partial \theta} - \left(\frac{\nu(\nu+1)+m^2}{\sin^2 \theta} - 2\mu \cos \theta \right) P(\theta) + \lambda P(\theta) = 0. \quad (11)$$

Dengan substitusi variabel $\cot \theta = x$ pada persamaan (11), maka diperoleh,

$$(1+x^2) \frac{\partial^2 P(\theta)}{\partial x^2} + x \frac{\partial P(\theta)}{\partial x} - \left\{ (\nu(\nu+1)+m^2) - \frac{2\mu x}{(1+x^2)} - \frac{\lambda}{(1+x^2)} \right\} P(\theta) = 0. \quad (12)$$

Persamaan (12) diselesaikan dengan mensubstitusi fungsi gelombang $P(\theta)$ dengan permisalan fungsi gelombang Romanovski seperti pada persamaan (4), yaitu, dengan $P(\theta) = g(x)$, sehingga diperoleh

$$(1+x^2) \frac{\partial^2 D_{n_l}^{(p,q)}(x)}{\partial x^2} + \{ (2\beta+1)x - \alpha \} \frac{\partial D_{n_l}^{(p,q)}(x)}{\partial x} - \{ \nu(\nu+1)+m^2 - \beta^2 - \beta + \beta \} D_{n_l}^{(p,q)}(x) = 0, \quad (13)$$

$$D_{n_l}^{(p,q)}(x) = \mathcal{R}_{n_l}^{(-\beta, -\alpha)}(x). \quad (14)$$

Dengan membandingkan persamaan (13) dengan persamaan (3), maka diperoleh,

$$\alpha = \frac{2\mu}{\beta - \frac{1}{2}} = - \frac{2\mu}{\sqrt{\nu(\nu+1)+m^2} + n_l + \frac{1}{2}}, \quad (15a)$$

$$\beta = -\sqrt{\nu(\nu+1)+m^2} - n_l, \quad (15b)$$

$$l + \frac{1}{2} =$$

$$\sqrt{\left(\sqrt{\nu(\nu+1)+m^2} + n_l + \frac{1}{2} \right)^2 - \frac{\mu^2}{\left(\sqrt{\nu(\nu+1)+m^2} + n_l + \frac{1}{2} \right)^2}}. \quad (15c)$$

Dari persamaan (15a), (15b) dan (15b), maka fungsi gelombang polar dapat diperoleh melalui persamaan (4), (5), dan (7), yaitu,

$$P_l^m = \sqrt{(1+x^2)^{-\sqrt{\nu(\nu+1)+m^2}-n_l}} \cdot e^{\frac{2\mu}{\sqrt{\nu(\nu+1)+m^2}+n_l+\frac{1}{2}} \tan^{-1}(x)} \cdot \mathcal{R}_{n_l}^{(-\beta, -\alpha)}(x), \quad (16a)$$

dengan,

$$\mathcal{R}_{n_l}^{(-\beta, -\alpha)}(x) = \frac{1}{w^{(-\beta, -\alpha)}} \frac{d^{n_l}}{dx^{n_l}} [(1+x^2)^{n_l} \cdot w^{(-\beta, -\alpha)}] \quad (16b)$$

$$w^{(-\beta, -\alpha)} =$$

$$(1+x^2)^{-\sqrt{\nu(\nu+1)+m^2}-n_l} \cdot e^{\frac{2\mu}{\sqrt{\nu(\nu+1)+m^2}+n_l+\frac{1}{2}} \tan^{-1}(x)} \quad (16c)$$

Penyelesaian Fungsi Gelombang Persamaan Schrödinger Bagian Radial

Dari persamaan (10b), persamaan Schrödinger bagian radial dapat ditulis kembali,

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) R(r) + \left[\frac{V_0}{2} \left(\coth \left(\frac{r}{2a} \right) - 1 \right) + \frac{2mE}{\hbar^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] R(r) = 0, \quad (17)$$

dengan,

$$\frac{2m}{\hbar^2} E = -\epsilon^2, \quad \frac{2me^2}{\hbar^2} = \beta^2, \quad \text{dan } R(r) = \frac{X(r)}{r}, \quad (18)$$

maka persamaan (17) menjadi,

$$\frac{\partial^2 X(r)}{\partial r^2} + \left(\frac{V_0}{2} \coth \left(\frac{r}{2a} \right) - \frac{l(l+1)}{4a^2} \operatorname{csch}^2 \left(\frac{r}{2a} \right) - \frac{V_0}{2} - \epsilon^2 \right) X(r) = 0, \quad (19)$$

dengan substitusi variabel $\coth \left(\frac{r}{2a} \right) = ix$ pada persamaan (19), diperoleh,

$$(1+x^2) \frac{d^2 X(x)}{dx^2} + 2x \frac{dX(x)}{dx} - \left[l(l+1) - \left(\frac{1-ix}{1+x^2} \right) 2a^2 V_0 + \frac{4a^2 \epsilon^2}{1+x^2} \right] X(x) = 0. \quad (20)$$

Persamaan (20) diselesaikan dengan mensubstitusi fungsi gelombang $X(x)$ dengan permisalan fungsi gelombang Romanovski seperti pada persamaan (4), yaitu, dengan $X(x) = g(x)$, sehingga diperoleh,

$$(1+x^2) \frac{\partial^2 D_{n_r}^{(p,q)}(x)}{\partial x^2} + [2(\beta+1)x - \alpha] \frac{\partial D_{n_r}^{(p,q)}(x)}{\partial x} -$$

$$\left[l(l+1) - \left[\left(\beta + \frac{1}{2} \right)^2 - \frac{1}{4} \right] \right] D_{n_r}^{(p,q)}(x) = 0, \quad (21)$$

$$D_{n_r}^{(p,q)}(x) = \mathcal{R}_{n_r}^{(-\beta, -\alpha)}(x). \quad (22)$$

Dengan membandingkan persamaan (22) dengan persamaan (3), maka diperoleh :

$$\alpha = \frac{2ia^2 V_0}{(n_r + l + 1)}, \quad (23a)$$

$$\beta = -(n_r + l + 1), \quad (23b)$$

serta diperoleh persamaan energi dari persamaan (18) dan (23b), yaitu,

$$E_{n_r, l} = -\frac{\hbar^2}{2m_e} \left[V_0 - \frac{(n_r + l + 1)^2}{4a^2} + \frac{a^2 V_0^2}{4(n_r + l + 1)^2} \right], \quad (24)$$

$$n_r + l + 1 = n. \quad (25)$$

Menggunakan persamaan (24) dan (25), maka fungsi gelombang radial dapat diperoleh melalui persamaan (4), (5), dan (7), yaitu,

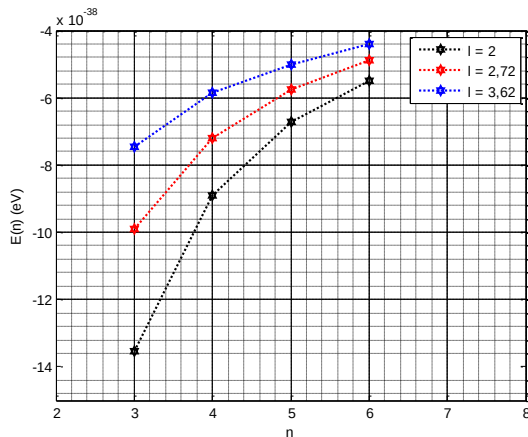
$$X_{n_r, l} = \sqrt{(1+x^2)^{-(n_r+l+1)} \cdot e^{\frac{2ia^2V_0}{(n_r+l+1)} \tan^{-1}(x)}} \cdot \mathcal{R}_{n_r}^{(-\beta, -\alpha)}(x), \quad (26a)$$

dengan,

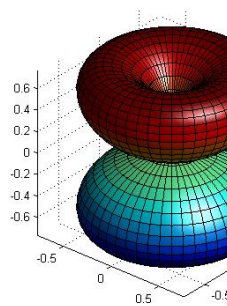
$$\mathcal{R}_{n_l}^{(-\beta, -\alpha)}(x) = \frac{1}{w^{(-\beta, -\alpha)}} \frac{d^{n_l}}{dx^{n_l}} [(1+x^2)^{n_l} \cdot w^{(-\beta, -\alpha)}], \quad (26b)$$

$$w^{(-\beta, -\alpha)} = (1+x^2)^{-(n_r+l+1)} e^{\frac{2ia^2V_0}{(n_r+l+1)} \tan^{-1}(x)}. \quad (26c)$$

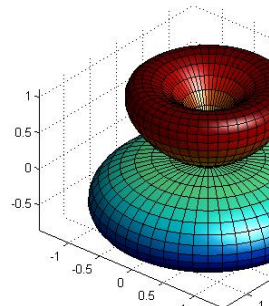
HASIL DAN PEMBAHASAN



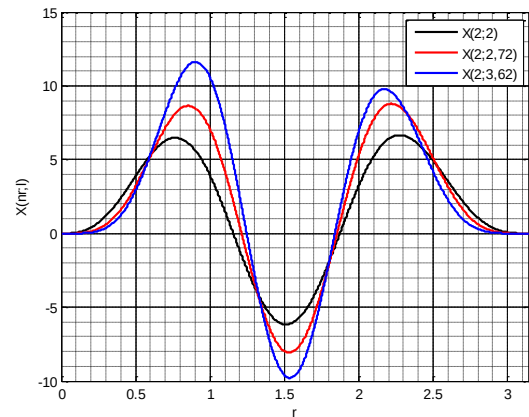
Gambar 1. Grafik Tingkat Energi



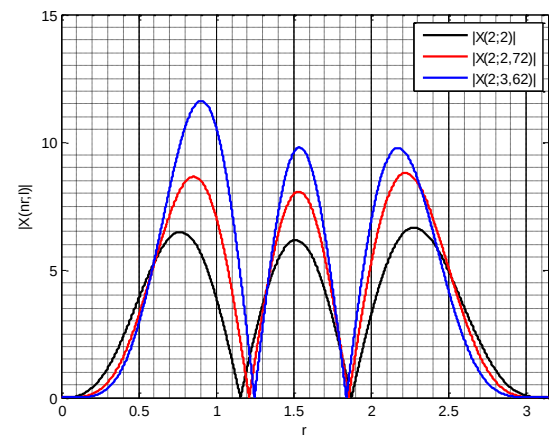
Gambar 2. Fungsi Gelombang Polar Untuk $v = \mu = 0, n_l = 1, m = 1$



Gambar 3. Fungsi Gelombang Polar Untuk $v = \mu = 1, n_l = 1, m = 1$



Gambar 4. Fungsi Gelombang Radial untuk $n_r = 2, a = 0,25; b = 1$



Gambar 5. Grafik Rapat Probabilitas untuk $n_r = 2, a = 0,25; b = 1$

Persamaan Schrödinger potensial non sentral Rosen Morse plus Rosen Morse memiliki penyelesaian fungsi gelombang pada bagian radial dan bagian polar [5]. Untuk analisis energi persamaan Schrödinger, Gambar 1 menunjukkan tingkat energi partikel dari persamaan (24). Energi partikel pada keadaan n dipengaruhi oleh nilai bilangan kuantum utama yang terdiri dari bilangan kuantum radial n_r dan bilangan kuantum orbital l . Untuk menentukan nilai l , dipilih dari keadaan dasar persamaan (15c) saat $v = \mu = 0$ yaitu, $l = m + n_l$. Dengan mempertimbangkan keadaan fisis dimana $l \geq 0$ dan $n_l \geq 0$, maka bilangan kuantum magnetik $m \geq n_l$. Pertimbangan tersebut yang menjadi acuan untuk menentukan fungsi gelombang polar dengan persamaan (16a) dan fungsi gelombang radial dengan persamaan (26a).

Pada penyelesaian fungsi gelombang polar, bilangan kuantum orbital l yang secara fisis mempengaruhi bentuk orbit partikel dipengaruhi

oleh nilai ν dan μ . Jika ditinjau dari persamaan (15a) dan (15b), nilai ν dan μ mempengaruhi nilai α dan β . Kedua nilai tersebut merupakan koefisien dari hamiltonian pengganggu. Saat $\alpha > 0$ dan/atau $\beta > 0$, menggambarkan adanya gangguan pada sistem, dan saat $\alpha = \beta = 0$ menggambarkan bahwa sistem tidak terganggu dengan anggapan perubahan nilai α dan β berubah secara kontinyu, sehingga eigenfungsi dan energi eigen terganggu berubah secara halus kedalam eigenfungsi dan energi eigen tak terganggu.

Jika ditinjau dari persamaan (8) yang merupakan persamaan potensial non sentral Rosen Morse plus Rosen Morse, untuk nilai $\nu = \mu = 0$ mengakibatkan potensial Rosen Morse pengganggu bernilai nol, sehingga fungsi gelombang hanya di pengaruhi oleh potensial Rosen Morse sistem. Namun untuk $\nu > 0$ dan $\mu > 0$ mengakibatkan fungsi gelombang mendapat gangguan dari potensial Rosen Morse pengganggu dengan bentuk gangguan seperti pada gambar 2 dan 3. Bentuk gangguan nilai ν dan μ dapat dijelaskan dengan persamaan (15c) dimana nilai ν dan μ berpengaruh terhadap nilai bilangan kuantum orbital l yang mempengaruhi bentuk orbit partikel. Semakin besar nilai ν , maka fungsi gelombang polar secara keseluruhan juga membesar, namun jika semakin besar nilai μ , gangguan yang diberikan pada fungsi gelombang polar adalah memperkecil fungsi gelombang positif dan memperbesar fungsi gelombang negatif.

KESIMPULAN

Dari uraian diatas, penyelesaian nilai energi dan fungsi gelombang persamaan Schrödinger potensial non sentral Rosen Morse plus Rosen Morse dapat diselesaikan dengan menggunakan metode polinomial Romanovski.

PUSTAKA

- [1] Alvarencz-Castillo. D.E. 2009. *Exactly Solvable Potentials and Romanovski Polynomials in Quantum Mechanics*. Physics Thesis of Autonomous University of San Luis Potosi, Mexico
- [2] Compean. C.B. and Kirchbach. M. 2006. The Trigonometric Rosen-Morse Potential as a Prime Candidate for an Effective QCD Potential. Av. Manuel Nava No. 6, S.L.P. 78290, México (Abstr.)
- [3] Compean. C.B. and Kirchbach. 2008. *The Trigonometric Rosen-Morse Potential in the Supersymmetric Quantum Mechanics and its Exact Solutions*. Av. Manuel Nava 6, San Luis Potosi, S.L.P. 78290, México : 12
- [4] Flugge, S. 1971. *Practical Quantum Mechanics II*. New York: Springer.
- [5] Greiner, W and B. Muller. 2004. *Quantum Mechanics: Symmetries*. Berlin-Heidelberg: Springer. 2nd rev. ed.
- [6] Ikot et al. 2011. *Analytical Solutions of Schrödinger Equation with Two-Dimensional Harmonic Potential in Cartesian and Polar Coordinates Via Nikiforov-Uvarov Method*. JVR. 65-76

Pengaruh Waktu Perendaman TiO_2 dalam Larutan Ekstrak Antosianin Bunga Rosella pada Kinerja *Dye Sensitized Solar Cell* (DSSC)

Rafika Andari⁽¹⁾, Dona Abrini⁽²⁾

⁽¹⁾Jurusan Teknik Elektro, Institut Teknologi Padang, Sumatera Barat

Email: rafika.andari09@gmail.com

⁽²⁾Jurusan Teknik Mesin, Universitas Dharma Andalas, Padang

Email: dona.abrini@yahoo.com

Abstrak- Penggunaan panel surya masih tergolong mahal dalam pembuatannya, untuk itu perlu dikembangkan panel surya yang berbahan dasar murah yaitu DSSC (*Dye Sensitized Solar Cell*). Penggunaan DSSC sangat bagus dikembangkan di Indonesia yang terkenal akan kekayaan hayatinya. Penelitian ini menggunakan bunga rosella sebagai photosensitizer yang diperoleh dari proses ekstraksi berupa maserasi selama 24 jam. Komponen yang digunakan untuk membangun sebuah DSSC secara garis besar dapat dibagi menjadi empat bagian, yaitu substrat, *dye*, semikonduktor titanium dioksida (TiO_2), dan elektrolit. Dalam penelitian ini lapisan TiO_2 direndam dalam larutan ekstrak bunga rosella dengan variasi waktu yang berbeda, yaitu 1 jam, 2 jam, dan 3 jam. Sumber cahaya yang digunakan adalah cahaya matahari dan lampu halogen 150 watt. Didapatkan hasil bahwa pada perendaman 3 jam menggunakan sumber cahaya matahari merupakan hasil terbaik arus maksimal (I_{max}) 0,3 mA, tegangan maksimal (V_{max}) 582,4 mV dan efisiensinya 0,258 %. Hasil yang didapatkan lebih rendah ketika DSSC tersebut diberi sumber cahaya lampu halogen, yaitu arus maksimal (I_{max}) 0,08 mA, tegangan maksimal (V_{max}) 125,6 mV dan efisiensinya 0,167 %. Semakin besar intensitas penerangan cahaya maka semakin besar daya keluaran DSSC.

Kata Kunci: antosianin, DSSC, Hibiscus sabdariffa, TiO_2

PENDAHULUAN

Sel surya merupakan suatu piranti elektronik yang mampu mengkonversi energi cahaya (foton) menjadi energi listrik tanpa proses yang menyebabkan dampak buruk terhadap lingkungan. Sel surya konvensional yang diproduksi saat ini merupakan sel surya berbasis silikon. Penggunaan panel surya silikon ini masih tergolong mahal dalam pembuatannya, untuk itu perlu dikembangkan panel surya yang berbahan dasar murah, yaitu DSSC (*Dye Sensitized Solar Cell*). Penggunaan DSSC sangat bagus dikembangkan di Indonesia yang terkenal akan kekayaan hayatinya.

DSSC tersusun atas sepasang elektroda dan counter elektroda. Elektroda terbuat dari substrat kaca, yang telah dilapisi material konduktif dan transparan (TCO), umumnya digunakan *indium tin oxide* (ITO) dan *fluorine tin oxide* (FTO) [1]. Pada elektroda dilapisi oleh nanopartikel semikonduktor yang dilapisi oleh molekul zat pewarna (*dye*) sensitasi. Molekul *dye* berfungsi sebagai penangkap foton cahaya, sedangkan nanopartikel semikonduktor

berfungsi menyerap dan meneruskan foton menjadi elektron. Pada counter elektroda diberi katalis platinum (Pt), berfungsi untuk mempercepat kinetika reaksi proses reduksi triiodide pada TCO. Selain itu DSSC juga menggunakan media elektrolit sebagai medium transport muatan [2]. Elektrolit yang umum digunakan pada DSSC terdiri dari iodine (I^-) dan triiodide (I_3^-) sebagai pasangan redoks dalam pelarut.

Dalam DSSC, perwana alami sebagai sensitizer memainkan peran kunci untuk menyerap foton dari sinar matahari atau lampu dan mengubahnya menjadi arus listrik. Jenis-jenis perwana seperti kompleks logam, organik dan alami biasanya digunakan sebagai sensitizer. Prinsip kerja DSSC adalah mengkonversi energi cahaya menjadi energi listrik. Saat *dye* yang melekat dipermukaan TiO_2 menyerap foton dari cahaya matahari elektron akan tereksitasi ke pita konduksi TiO_2 . Elektron akan terkumpul di TiO_2 melekat *dye* yang ditinggalkan berada dalam keadaan teroksidasi. Selanjutnya elektron akan transfer melalui rangkaian luar menuju lawan.

Berbagai jenis ekstrak tumbuhan telah digunakan sebagai fotosensitizer pada sistem sel surya tersensitisasi dye. Dye sensitizer alami yang pernah digunakan dalam sistem DSSC diantaranya yaitu, kol merah [3], buah naga [4], bluberi dan kranberi [5]. Zat warna alami tersebut terbukti mampu memberikan efek fotovoltaiik walaupun efisiensinya masih jauh lebih kecil dibandingkan zat warna sintetis.

Telah banyak dilaporkan bahwa antosianin dari bunga rosela (*Hibiscus Sabdariffa L.*) memiliki kemampuan sebagai *dye-sensitizer* alami karena terbukti memberikan efek *photovoltaic* [6]. Penelitian Okoli *dkk.* [7] bunga rosella [8, 9, 10] telah berhasil mempelajari performa antosianin dari ekstrak rosela sebagai *dye sensitizer*.

Pada penelitian ini digunakan kelopak bunga rosella (*Hibiscus sabdariffa*) sebagai sumber *dye*. Bunga rosella merupakan salah satu bahan organik yang dapat digunakan sebagai sumber *dye* karena mengandung senyawa antosianin. Keunggulan bunga rosella adalah memiliki warna merah yang menarik dan aroma yang khas juga biasa disebut *functional food* karena kandungan antioksidannya yang tinggi, yaitu kandungan antosianin yang terdapat didalamnya [11]. Dari hasil penelitian ini diharapkan *dye* dari kelopak bunga rosella mampu menghasilkan efisiensi sel surya yang tinggi. Untuk melakukan penelitian lebih lanjut dilakukan variasi terhadap lama perendaman TiO_2 dalam larutan ekstrak antosianin bunga rosella terhadap kinerja DSSC.

METODE PENELITIAN

Pembuatan pasta TiO_2

Tahap preparasi pasta TiO_2 dilakukan dengan teknik lapisan tebal dengan mencampurkan 3,07 gram polivinil alkohol (PVA) ke dalam 30 ml aquades, kemudian mengaduknya selama 30 menit pada temperatur 40°C menggunakan magnetic stirrer. Kemudian, sebanyak 3,10 gram bubuk TiO_2 ditambahkan hingga terbentuk pasta. Viskositas pasta diatur melalui banyaknya binder yang digunakan.

Ekstraksi Dye Ekstrak Bunga Rosela

Sebanyak 1,5 gram bunga rosela direndam ke dalam metanol: asam asetat: air

(25:4:21 perbandingan volume) sebanyak 10 ml. Kemudian dimaserasi selama 24 jam dan disaring dengan kertas saring [12].

Pembuatan Larutan Elektrolit

Sebanyak 0,8 gram potassium iodida (KI) dilarutkan ke dalam 10 ml asetonitril kemudian diaduk, ditambahkan 0,127 gram iod (I_2) ke dalam larutan tersebut kemudian diaduk.

Pembuatan lapisan elektroda karbon

Sumber karbon diperoleh dari grafit pensil 2B yang diarsir pada bagian konduktif ITO hingga merata. Kaca dibakar di atas nyala lilin dengan posisi arsiran menghadap api. Pembakaran dilakukan hingga jelaga api menutupi permukaan konduktif ITO.

Pembuatan dan Karakterisasi Sel Surya

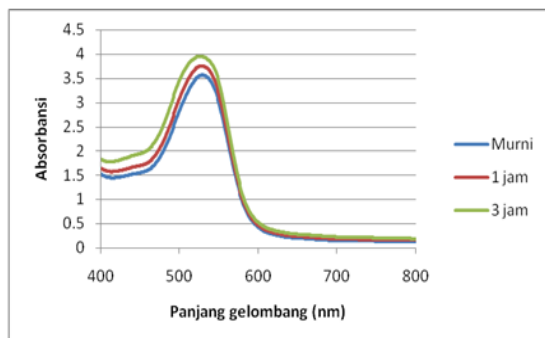
Elektroda TiO_2 dibuat dengan melapiskan pasta TiO_2 pada kaca ITO dengan ukuran luasan 2 cm x 1 cm, kemudian dua buah elektroda ini direndam dalam larutan dye masing-masing selama 1 jam, 2 jam dan 3 jam. Kemudian larutan elektrolit diteteskan pada elektroda TiO_2 yang telah disensitisasi dengan dye dan ditutup dengan *lapisan elektroda karbon* menjadi struktur sandwich. Sel surya tersebut kemudian diukur arus dan tegangannya dengan multimeter dalam keadaan disinari cahaya matahari. Karakterisasi komponen pembuatan sel surya meliputi analisis menggunakan Spektrofotometri UV-Vis pada larutan dye ekstrak bunga rosela untuk mengetahui panjang gelombang maksimum. Analisis SEM dan XRD pada lapis tipis TiO_2 yang dihasilkan untuk mengetahui morfologi serta fase kristal TiO_2 .

HASIL DAN PEMBAHASAN

Karakteristik Absorbansi Larutan dye Rosella

Ekstrak bunga rosela yang diperoleh dianalisis dengan Spektrofotometri UV-Vis untuk mengetahui panjang gelombang maksimum larutan dye tersebut. Hasil analisis spectrum absorbansi disajikan pada gambar 1. Dari data dapat diketahui bahwa puncak panjang

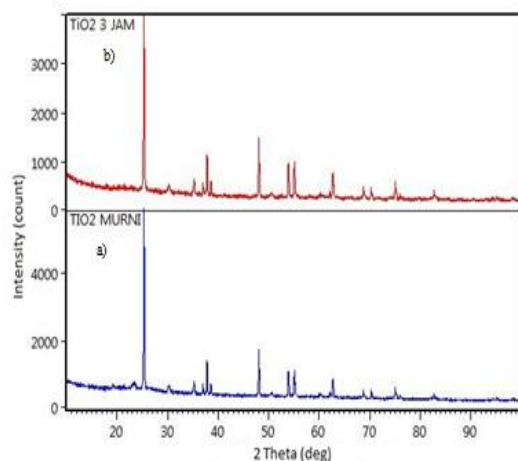
gelombang maksimum ekstrak bunga rosela pada 529 nm (dye murni), 528 nm (perendaman 1 jam) dan 526 nm (perendaman 3 jam) dengan absorbansi masing-masing sebesar 3,5637; 3,7557 dan 3,9529. Pada waktu perendaman yang lebih lama (3 jam), intensitas absorbans semakin besar. Nilai absorbans ini dipengaruhi oleh kandungan antosianin pada permukaan elektroda TiO₂. Hasil ini menunjukkan bahwa bunga rosella dominan menyerap cahaya tampak berkisar antara 400-550 nm serta bersesuaian dengan warna ekstrak yang kemerahan [13].



Gambar 1 Spektrum absorbansi larutan dye

Pada waktu perendaman yang lebih lama (3 jam), intensitas absorbans semakin besar. Nilai absorbans dipengaruhi oleh kandungan antosianin pada permukaan elektroda TiO₂. Ekstraksi bunga rosella menghasilkan warna yang tampak ungu kemerahan dengan warna yang diserap adalah warna hijau dengan panjang gelombang 500-560 nm.

Analisis XRD Elektroda TiO₂



Gambar 2 Hasil difraksi XRD elektroda TiO₂ (a) Biru:

elektroda TiO₂ murni; (b) elektroda setelah perendaman 3 jam

Analisis menggunakan difraksi sinar-X dilakukan untuk mengetahui fase dan ukuran kristal penyusun lapis tipis TiO₂. Hasil pengujian berupa pola difraksi yang terdiri dari puncak-puncak karakteristik TiO₂ seperti ditunjukkan pada Gambar 2. Pola difraksi yang dihasilkan menunjukkan derajat kristalisasi TiO₂ yang cukup tinggi dengan adanya puncak tajam dan intensitas yang besar. Tampak bahwa puncak-puncak karakteristik TiO₂ murni muncul pada sudut $2\theta = 25,38^\circ; 37,85^\circ; 48,10^\circ;$ dan $55,12^\circ$, serta jarak antarbidang (d) sebesar $3,50 \text{ \AA}; 2,37 \text{ \AA}; 1,89 \text{ \AA};$ dan $1,66 \text{ \AA}$. Untuk elektroda yang telah direndam larutan dye selama 3 jam puncak-puncak TiO₂ muncul pada sudut $2\theta = 25,38^\circ; 37,85^\circ; 48,09^\circ;$ dan $55,11^\circ$, serta jarak antarbidang (d) sebesar $3,50 \text{ \AA}; 2,37 \text{ \AA}; 1,89 \text{ \AA};$ dan $1,66 \text{ \AA}$.

Dari data pola difraksi dapat digunakan untuk menentukan ukuran kristal TiO₂ berdasarkan nilai FWHM (*Full Width and Half Maximum*) pada berbagai puncak dengan menggunakan persamaan Scherrer,

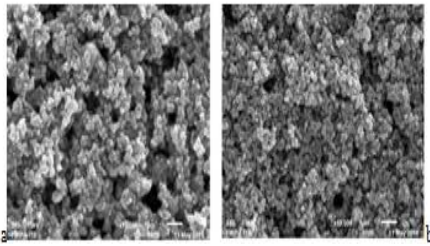
$$D = \frac{k\lambda}{\beta \cos \theta} \quad (1)$$

dengan D adalah ukuran kristal, $\lambda = 0,154060 \text{ nm}$ adalah panjang gelombang sinar X yang menggunakan Cu sebagai sumber lampunya, β adalah nilai FWHM masing-masing puncak karakterisasi, θ adalah sudut difraksi, dan $k = 0,94$ yang merupakan suatu konstanta. Dari perhitungan dengan menggunakan persamaan Scherrer diatas dapat diperoleh ukuran kristal TiO₂. Dari hasil pengukuran dengan menggunakan persamaan diatas diperoleh ukuran kristal TiO₂ murni sebesar $0,975 \text{ nm}$ sedangkan setelah perendaman selama 3 jam sebesar $0,973 \text{ nm}$. Dalam aplikasinya pada sistem sel surya TiO₂ tersensitisasi dye, semakin kristal TiO₂ berukuran nanopartikel, maka diharapkan semakin banyak dye yang teradsorb pada lapisan nanopartikel TiO₂ sehingga dapat meningkatkan efisiensi dari DSSC.

Morfologi Lapis Tipis TiO₂ menggunakan SEM

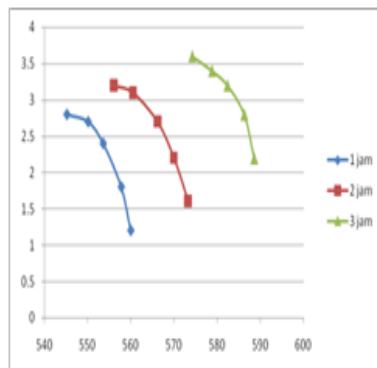
Dari hasil SEM lapis tipis TiO₂ pada gambar 3 tampak bahwa morfologi permukaan lapis tipis TiO₂ berongga-rongga. Rongga pada permukaan lapis tipis TiO₂ berperan untuk

mengabsorpsi molekul-molekul *dye* antosianin. Jumlah dan luas rongga ini mempengaruhi efektivitas absorpsi molekul-molekul *dye* antosianin ke dalam lapis tipis TiO₂ [14].



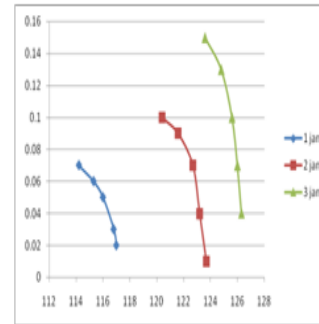
Gambar 3 (a) Morfologi permukaan lapisan tipis TiO₂ murni perbesaran 10.000 kali; (b) Morfologi permukaan lapisan tipis TiO₂ setelah perendaman 3 jam

Penentuan Efisiensi DSSC



Gambar 3 Grafik arus- tegangan sel surya dengan cahaya matahari

Kinerja sel surya dilakukan dengan pengukuran karakteristik arus dan tegangan (I-V) menggunakan cahaya matahari dan lampu halogen. Gambar 3 merupakan hasil pengukuran sumber cahaya matahari dan Gambar 4 untuk sumber cahaya lampu halogen. Kedua grafik arus dan tegangan (I-V) menunjukkan pola yang cukup ideal dengan kelengkungan yang cukup signifikan. Tampak bahwa grafik untuk sumber cahaya matahari menunjukkan karakteristik yang lebih ideal dengan kelengkungan yang lebih besar dibandingkan untuk sumber cahaya lampu halogen.



Gambar 5 Grafik arus-tegangan (I-V) sel surya dengan cahaya lampu halogen

Dari grafik arus-tegangan (I-V) yang diperoleh dapat ditentukan parameter-parameter keluaran dari sel surya, yaitu arus rangkaian pendek (ISC), tegangan rangkaianbuka (VOC), arus maksimum (Imax), tegangan maksimum (Vmax), daya maksimum (Pmax), *fill factor* (FF) dan efisiensi konversi (η). Efisiensi konversi sel surya dihitung menurut hubungan :

$$\eta = \frac{P_{\max}}{P_{in}} \times 100\% \quad (2)$$

$P_{\max}$ adalah daya maksimum yang dihasilkan oleh sel surya, dan P_{in} adalah daya sumber cahaya yang digunakan. P_{in} dapat bersumber dari sinar matahari dengan intensitas sekitar 1000 W/m². Intensitas matahari dapat diukur menggunakan alat yang disebut *luxmeter*. Daya maksimum diberikan oleh hubungan:

$$P_{\max} = V_{\max} \cdot I_{\max} = V_{OC} \cdot I_{SC} \cdot FF \quad (3)$$

dengan fill factor (FF) diberikan hubungan:

$$FF = \frac{V_{\max} I_{\max}}{V_{OC} I_{SC}} \quad (4)$$

Berdasarkan hasil pengukuran nilai arus dan tegangan yang telah dibuat dalam bentuk grafik arus-tegangan (I-V), diperoleh parameter-parameter keluaran sel surya seperti dirangkum di dalam Tabel 1 dan Tabel 2.

Tabel 1 Hasil pengukuran arus-tegangan sel surya dengan sumber cahaya matahari

Karakterisasi I-V	Perendaman 1 jam	Perendaman 2 jam	Perendaman 3 jam
Vmax (mV)	553,6	566,2	582,4
Imax (mA)	2,4	2,7	3,2
Pmax (mW)	1328,64	1528,74	1863,68
Voc (mV)	552	565,6	582
Isc (mA)	2,1	2,4	3
FF	1,146	1.126	1.067
Efisiensi (%)	0,184	0,212	0,258

Tabel 2. Hasil pengukuran arus-tegangan sel surya dengan sumber cahaya lampu halogen

Karakterisasi I-V	Perendaman 1 jam	Perendaman 2 jam	Perendaman 3 jam
Vmax (mV)	116	122,7	125,6
Imax (mA)	0,05	0,07	0,08
Pmax (mW)	5,8	8,589	10,048
Voc (mV)	115,8	112	123,5
Isc (mA)	0,07	0,1	0,17
FF	0,716	0,767	0,479
Efisiensi (%)	0,096	0,143	0,167

Dari tabel di atas dapat dilihat bahwa sel surya yang telah dibuat dapat menghasilkan arus listrik, karena di dalam sistem sel surya terjadi aliran elektron secara terus menerus. Dari hasil pengukuran diperoleh bahwa pada perendaman 3 jam menggunakan sumber cahaya matahari merupakan hasil terbaik arus maksimal (I_{max}) 0,3 mA, tegangan maksimal (V_{max}) 582,4 mV dan efisiensinya 0,258 %. Hasil yang didapatkan lebih rendah ketika DSSC tersebut diberi sumber cahaya lampu halogen, yaitu arus maksimal (I_{max}) 0,08 mA, tegangan maksimal (V_{max}) 125,6 mV dan efisiensinya 0,167 %. Semakin lama perendaman, semakin banyak *dye* yang menempel pada substrat sehingga kemampuan menyerap cahaya semakin tinggi. Semakin lama waktu perendaman pada *dye* maka efisiensi sel surya semakin tinggi.

KESIMPULAN

Kinerja *dye sensitized solar cell* (DSSC) dipengaruhi oleh sumber cahaya yang digunakan dan lama perendaman sel dalam larutan *dye*. Efisiensi terbesar diperoleh pada sampel yang direndam dalam antosianin bunga rosella (*Hibiscus Sabdariffa*) selama 3 jam menggunakan cahaya matahari, yaitu sebesar 0,258%. Sedangkan efisiensi terkecil pada perendaman 1 jam menggunakan cahaya lampu halogen, yaitu sebesar 0,096%.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terimakasih kepada Kemenristek Dikti atas bantuan dana penelitian ini sebagai Penelitian Dosen Pemula (PDP). Terimakasih kami ucapkan kepada semua pihak (ITP, Unand dan UNP) yang membantu demi kelancaran dan selesainya penelitian ini.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Purwanto, A., Widyandari, H., Jumari, A. 2011. Fabrication of High Performance Fluorine Doped Tin Oxidefilm Using Flame-Assisted Spray Deposition. Thin Solid Films 520 (2012) 2092–2095.
- [2] Callister, William D. 2007. Materials Science and Engineering : An Introduction 7th Edition, John Wiley & Sons, Inc: New York.
- [3] A. Maddu, Makara, 2007. Teknologi, 11(2), 78-84.
- [4] T. Ariyanto. 2013. Analisis Efisiensi *Dye sensitized Solar Cell* (DSSC) Menggunakan Kulit Buah Naga Merah dan Kulit Buah Naga Merah, Program Studi Teknik Fisika Fakultas Teknologi Industri ITB, Bandung.
- [5] L.Vania, Investigasi Kinerja DSSC (*Dye-sensitized Solar Cell*) Tersensitasi Ekstrak Bluberi dan Kranberi sebagai Sumber Pemeka Antosianin, Departemen Kimia FMIPA, ITB, Bandung.
- [6] Khwanchit Wongcharee, Vissanu Meeyoo, Sumaeth Chavadej, 2007. *Dye-sensitized solar cell using natural dyes extracted from*

- rosella and blue pea flowers, *Solar Energy Materials and Solar Cells*, 91, 7, 566-571. <http://dx.doi.org/10.1016/j.solmat.2006.11.005>.
- [7] LU Okoli, JO Ozuomba, AJ Ekpunobi, PI Ekwo, 2012. Anthocyanin-dyed TiO₂ electrode and its performance on dye-sensitized solar cell, *Research Journal of Recent Sciences*, 1, 22-27.
- [8] Adhitya, E.A, 2013, Sintesa Titanium dioxide (TiO₂) untuk Dye-Sensitized Solar Cell dengan Antosianin Bunga Rosella (*Hibiscus sabdariffa*), *Indonesian Journal of Applied Physics* Vol.3 No.2 Hal. 181-187.
- [9] M. Artono, Fabrikasi Dye sensitized Solar Cell Menggunakan Natural Dye sebagai Alternatif Dye Ruthenium, Program Studi Teknik Fisika Fakultas Teknologi Industri ITB, Bandung, 2013.
- [10] Mustaqim, Fabrikasi Dye-Sensitized Solar Cell Menggunakan Fotosensitizer Ekstrak Bunga Rosela (*Hibiscus sabdariffa* L) dan Elektrolit Padat Berbasis PEG (Polyethylene Glycol).
- [11] Mardiah, 2010, Ekstraksi Kelopak Bunga dan Batang Ekstraksi Kelopak Bunga dan Batang Rosella (*Hibiscus Sabdariffa* L.) sebagai Pewarna Merah Alami (Jurusan Teknologi Pangan dan Gizi Universitas Djuanda, Bogor.
- [12] Septina, W., D Fajarisandi, M Aditia, Pembuatan Prototipe Solar Cell Murah dengan Bahan Organik-Inorganik (Dye-sensitized Solar Cell), in: Laporan Akhir Penelitian Bidang Energi, Penghargaan PT. Rekayasa Industri, 2007.
- [13] Samina Ali, JE Matthew, Biomimicry in Solar Energy Conversion with Natural Dye-Sensitized Nanocrystalline Photovoltaic Cells, Department of Chemistry and Biochemistry Obelin College, Ohio, (2007) 1-22.
- [14] Jae-Wook Lee, Kyung-June Hwang, Wang-Geun Shim, Kyung-Hee Park, Hal-Bon Gu, Kyu-Hyuk Kwun, Energetic surface heterogeneity of nanocrystalline TiO₂ films for dye-sensitized solar cells, *Korean Journal of Chemical Engineering*, 24, 5, (2007) 847-850 10.1007/s11814-007-0052-4