



SKEWNESS

Jurnal Statistika, Aktuaria dan Sains Data

Volume 1, No.1, April 2024

Evaluasi Penggunaan Metode *Least Square*, *Simple Averaging* dan *Improved Simple Averaging* dengan Data Pendapatan Retribusi Pelayanan Pasar di Kabupaten Banyumas

Agung Prabowo^{1*}, Diniatul Akmalina², Riaman³

^{1,2}Program Studi Matematika, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jenderal Soedirman, Purwokerto, Indonesia

³Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Padjadjaran, Jatinangor, Indonesia

E-mail korespondensi: agung.prabowo@unsoed.ac.id*

Abstrak. Selama ini, prosedur untuk menentukan nilai-nilai parameter pada persamaan regresi linier sederhana dilakukan dengan metode *ordinary least square* (OLS). Metode *simple averaging* (SA) dan *improved simple averaging* (ISA) dapat dijadikan sebagai metode alternatif untuk menaksir nilai-nilai parameter pada persamaan regresi linier sederhana. Jika nilai-nilai RMSE, MAE dan MAPE pada ketiga metode tidak jauh berbeda, maka ketiga metode dapat digunakan. Tujuan penelitian ini adalah menentukan taksiran persamaan regresi linier sederhana menggunakan ketiga metode, mengevaluasi apakah ketiga metode dapat digunakan, dan meramalkan hasil regresi untuk empat periode berikutnya. Penelitian ini menggunakan data pendapatan retribusi pasar di Kabupaten Banyumas dari Januari 2021 sampai Desember 2022. Penelitian ini menghasilkan nilai-nilai RMSE, MAE dan MAPE yang hampir sama untuk ketiga metode. Evaluasi dengan MAPE menghasilkan angka kurang dari 20% untuk seluruh metode. Ini berarti bahwa ketiga persamaan regresi dapat digunakan untuk meramalkan besar pendapatan retribusi pasar di Kabupaten Banyumas untuk bulan Januari sampai April 2023.

Kata kunci: Evaluasi, Regresi Linier, MAE, MAPE, RMSE.

1 PENDAHULUAN

Peraturan Daerah Kabupaten Banyumas Nomor 5 Tahun 2010 menyatakan bahwa pasar merupakan aset daerah yang menjadi salah satu sumber pendapatan daerah dan berperan dalam peningkatan kemampuan keuangan daerah dan kesejahteraan masyarakat. Pasar tradisional atau sederhana yang selanjutnya disebut pasar adalah lahan yang ditetapkan oleh Pemerintah Daerah beserta bangunan pasar dan fasilitas pasar lainnya sebagai tempat bertemunya pihak penjual dan pembeli untuk melaksanakan transaksi jual beli barang dan/atau jasa.

Pelayanan pasar adalah jasa yang diberikan dalam bentuk penyediaan fasilitas pasar. Fasilitas pasar yang disediakan untuk sarana penunjang kegiatan di pasar terdiri dari bangunan pasar seperti ruko, toko, kios, los, dan pelataran serta fasilitas pasar lainnya.

Retribusi Pelayanan Pasar yang selanjutnya disebut retribusi adalah imbalan (dalam satuan rupiah) yang dipungut oleh Pemerintah Daerah kepada orang pribadi atau badan atas jasa pelayanan di pasar yang telah diberikan.

Objek retribusi adalah pelayanan penyediaan fasilitas pasar yang berupa kios/pelataran/los yang dikelola Pemerintah Daerah dan khusus disediakan untuk pedagang. Hal yang tidak termasuk objek retribusi pasar adalah pelayanan fasilitas pasar yang dimiliki dan atau dikelola oleh pihak swasta maupun perusahaan daerah. Subjek retribusi adalah orang pribadi atau badan yang menggunakan/memanfaatkan/menikmati jasa pelayanan penyediaan fasilitas pasar. Sedangkan yang dimaksud dengan badan adalah suatu bentuk usaha yang meliputi perseroan terbatas, perseroan komanditer, perseroan lainnya, badan usaha milik negara atau daerah dengan nama dan bentuk apapun, persekutuan, perkumpulan, firma, kongsi, koperasi, yayasan atau organisasi yang sejenis, lembaga, dana pensiun, bentuk usaha tetap serta bentuk usaha lainnya.

Dinas Perindustrian dan Perdagangan Kabupaten Banyumas adalah institusi yang diberi kewajiban untuk mengelola pendapatan retribusi. Retribusi merupakan subjek penelitian yang penting. Susilawati dkk. meneliti permasalahan retribusi terkait uji hipotesis dengan anova satu arah [1]. Permasalahan lain yang dapat dikembangkan dari subjek penelitian tentang retribusi adalah prediksi/ramalan besar penerimaan retribusi.

Salah satu tugas yang dilakukan Dinas Perindustrian dan Perdagangan Kabupaten Banyumas adalah membuat prediksi besar retribusi per bulan. Metode statistika yang dapat digunakan untuk membuat prediksi adalah analisis deret waktu dan analisis regresi. Dalam penelitian ini, data yang tersedia merupakan pasangan data variabel waktu (dalam bulan) dan variabel retribusi per bulan, sehingga analisis deret waktu dapat digunakan untuk membuat prediksi. Tanpa mengurangi keberlakuan metode analisis deret waktu, prediksi retribusi di Kabupaten Banyumas akan diramalkan dengan metode analisis regresi. Untuk itu, perlu adanya manipulasi/transformasi variabel waktu sehingga data deret waktu dapat diubah dan dianalisis dengan analisis regresi. Oleh karena hanya ada dua variabel, maka digunakan analisis regresi linier sederhana.

Penggunaan regresi linier sederhana sebagai alat untuk membuat prediksi telah banyak dilakukan dalam berbagai bidang. Metode yang paling sering digunakan untuk menaksir parameter pada persamaan regresi linier sederhana adalah metode kuadrat terkecil atau *ordinary least-square* (OLS). Cliff dan Billy [2] menawarkan metode alternatif untuk menaksir parameter pada persamaan regresi linier sederhana, yaitu

metode *simple averaging* (SA). Prabowo dkk. [3] menurunkan persamaan-persamaan untuk menaksir parameter model regresi linier sederhana dengan metode SA. Sedangkan Singthongcai dkk. [4] menawarkan metode *improved simple averaging* (ISA) untuk menaksir parameter pada persamaan regresi linier sederhana.

Dalam penelitian ini, penaksiran parameter pada persamaan regresi linier sederhana akan dilakukan dengan tiga buah metode yaitu OLS, SA dan ISA. Untuk menyimpulkan apakah ketiga metode tersebut dapat digunakan untuk menaksir parameter-parameter pada persamaan regresi linier sederhana, digunakan tiga buah alat ukur (statistik) yaitu *root mean square error* (RMSE), *mean absolute error* (MAE) dan *mean absolute percentage error* (MAPE).

Penggunaan RMSE, MAE dan MAPE sebagai alat untuk membuat keputusan tentang keakuratan model regresi telah banyak digunakan dalam penelitian. Khusus untuk MAPE, nilai yang dapat diterima agar model regresi disebut baik adalah kurang dari 20% [5].

Berdasarkan penjelasan tersebut, tujuan penelitian ini adalah (1) menentukan persamaan regresi linier sederhana dengan metode OLS, SA, dan ISA dengan menggunakan data retribusi di Kabupaten Banyumas (2) mengevaluasi metode yang dapat digunakan untuk membuat persamaan regresi linier sederhana berdasarkan kriteria RMSE, MAE dan MAPE dengan data retribusi di Kabupaten Banyumas, dan (3) membuat prediksi retribusi empat bulan ke depan.

2 METODOLOGI

2.1 Teori Dasar

2.1.1 Taksiran Persamaan Regresi Linear Sederhana

Dalam regresi linier sederhana hanya terdapat sebuah variabel bebas (variabel x) dan sebuah variabel terikat/tergantung (variabel y). Sulaiman [4] menjelaskan bahwa analisis regresi hanya meninjau bagaimana suatu variabel berhubungan (mempunyai hubungan) dengan variabel lainnya. Dalam hal ini, bagaimana variabel terikat y berhubungan dengan variabel bebas x . Analisis regresi tidak dapat diinterpretasi sebagai hubungan sebab akibat secara mutlak [4], karena dalam analisis regresi terdapat faktor lain yang sebenarnya berpengaruh tetapi pengaruhnya sangat kecil sehingga dapat diabaikan. Faktor tersebut akan dinyatakan dengan ε .

Model Regresi Linier Sederhana dituliskan sebagai berikut:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$$

dengan

β_0, β_1 : parameter model

ε : variabel randon kesalahan berisi semua variabel yang belum masuk model.

Dalam praktek sehari-hari β_0 dan β_1 tidak diketahui nilainya. Hal ini disebabkan pada umumnya penelitian dilakukan terhadap data sampel, bukan populasi. Untuk itu β_0 dan β_1 ditaksir oleh b_0 dan b_1 . Penaksiran Model Regresi Linier Sederhana dilakukan dengan menganbil nilai ekspektasi dari model tersebut, dan hasilnya dinamakan Persamaan Regresi Linier Sederhana. Jika penaksiran model tersebut dilakukan dalam sampel, dihasilkan Taksiran Persamaan Regresi Linier Sederhana pada Persamaan (1).

$$E(y) = E(\beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon)$$

$$E(y) = \beta_0 + \beta_1 x \quad (\text{Populasi}); \quad E(\varepsilon) = 0$$

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x \quad (\text{Sampel})$$

Persamaan $E(y) = \beta_0 + \beta_1 x$ disebut Persamaan Regresi Linier Sederhana.

Bentuk garis regresi linier sederhana akan berupa garis linier (garis lurus). Jika $\beta_1 > 0$ bentuknya garis lurus naik. Jika $\beta_1 < 0$ bentuknya garis lurus turun. Jika $\beta_1 = 0$ bentuknya garis lurus mendatar. Persamaan $\hat{y} = b_0 + b_1 x$ disebut Taksiran Persamaan Regresi Linier Sederhana. Selanjutnya, persamaan yang akan diulik adalah $\hat{y} = b_0 + b_1 x$. Hal ini karena pekerjaan yang dilakukan mengambil tempat pada sampel, buka populasi.

Taksiran Persamaan Regresi Linier Sederhana secara umum disajikan dalam bentuk

$$\hat{y} = a + b \cdot x_i, \quad b \neq 0, i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

Pada bagian Pendahuluan telah dijelaskan terdapat tiga buah metode untuk menaksir nilai parameter regresi, yaitu metode OLS, SA, dan ISA. Persamaan (1) dimodifikasi menjadi persamaan-persamaan berikut ini sesuai dengan metode penaksiran parameter yang digunakan:

$$\hat{y}_{i;OLS} = a_{OLS} + b_{OLS} \cdot x_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2a)$$

$$\hat{y}_{i;SA} = a_{SA} + b_{SA} \cdot x_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2b)$$

$$\hat{y}_{i;ISA} = a_{ISA} + b_{ISA} \cdot x_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2c)$$

Pada metode OLS, rumus untuk memperoleh nilai parameter a dan b pada persamaan (1) dan (2a) adalah berikut ini:

$$b_{OLS} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad a_{OLS} = \bar{y} - b_{OLS} \cdot \bar{x} \quad (3)$$

2.1.2 Uji Signifikansi

Uji signifikansi digunakan untuk menguji hipotesis $\beta_1 = 0$ atau $\beta_1 \neq 0$. Agar $\hat{y} = b_0 + b_1x$ merupakan persamaan regresi linier sederhana, maka b_1 tidak boleh 0 sehingga perlu dilakukan pengujian apakah b_1 bisa dianggap 0 atau tidak. Caranya dengan menguji hipotesis $\beta_1 = 0$ atau $\beta_1 \neq 0$. Apabila yang diterima $\beta_1 = 0$ maka b_1 dapat dianggap 0 dan garis yang diperoleh bukan regresi linier. Pengujian hipotesis $\beta_1 = 0$ atau $\beta_1 \neq 0$ dapat dilakukan dengan dua cara yaitu Uji t dan Uji F .

2.1.3 Koefisien Determinasi dan Koefisien Korelasi pada Regresi Linier Sederhana

Koefisien determinasi disimbolkan dengan R^2 dengan nilai $0 < R^2 < 1$. Koefisien determinasi digunakan untuk mengetahui apakah garis regresi linier yang diperoleh sesuai/cocok dengan data. Koefisien determinasi dihitung dengan rumus [6]:

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} \quad (4)$$

$$\text{dengan } SSE = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad SST = \sum (y_i - \bar{y})^2 \quad SSR = \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2$$

Koefisien korelasi disimbolkan dengan r yaitu akar kuadrat koefisien determinasi:

$$r = (\text{tanda } b_1)\sqrt{R^2} \quad (5)$$

Koefisien korelasi memiliki nilai $-1 < r < 1$. Makin besar r maka hubungan linier antara x dan y semakin kuat [7]. Untuk tanda b_1 dapat positif atau negatif, dilihat pada persamaan regresi linier sederhana yang diperoleh berdasarkan data sampel dengan mengacu persamaan (1).

2.1.4 Metode Simple Averaging dan Improved Simple Averaging

Persamaan regresi linier sederhana untuk metode SA dan ISA diberikan pada persamaan (6) dan (7). Pada metode SA dan ISA, rumus untuk memperoleh nilai parameter a dan b adalah berikut ini.

$$b_{SA} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=2}^n \frac{y_i - y_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \quad a_{SA} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=2}^n (y_i - b_{SA} \cdot x_i). \quad (6)$$

$$b_{ISA} = \text{Median} \left\{ \frac{y_i - y_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \right\} \quad a_{ISA} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=2}^n (y_i - b_{ISA} \cdot x_i) \quad (7)$$

2.1.5 Statistik

Metode SA dan ISA merupakan metode alternatif yang secara perhitungan lebih praktis dibanding metode OLS. Untuk menentukan apakah metode SA dan ISA dapat digunakan untuk menentukan nilai parameter regresi, dilakukan dengan membandingkan nilai-nilai statistik dari ketiga metode. Jika nilai-nilai statistik yang diperoleh tidak jauh berbeda, maka ketiga metode dapat digunakan. Alat ukur statistik yang digunakan adalah RMSE, MAE dan MAPE dengan masing-masing rumusnya adalah sebagai berikut:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (8)$$

$$\text{MAE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i| \quad (9)$$

$$\text{MAPE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right| \times 100\% \quad (10)$$

2.1.6 Transformasi Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data dari variabel bebas berupa waktu (dalam bulan). Sedangkan variabel terikat berupa data retribusi. Variabel waktu tidak dapat dikatakan berhubungan secara kausal dengan variabel retribusi. Untuk itu, variabel waktu akan ditransformasi sehingga terdapat hubungan sebab akibat antara kedua variabel yang diregresikan.

Jika banyaknya data (n) ganjil, maka datanya akan diberi nilai numerik ..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ... Jika banyaknya data (n) genap, maka datanya akan diberi nilai numerik ..., -5, -3, -1, 1, 3, 5, ... Nilai-nilai numerik yang digunakan harus memenuhi syarat penjumlahannya menghasilkan 0.

2.2 Data

Penelitian ini menggunakan data besar pendapatan retribusi (dalam satuan rupiah) yang dihimpun dari seluruh pasar di Kabupaten Banyumas. Data penelitian merupakan data sekunder yang diperoleh dari Dinas Perindustrian dan Perdagangan Kabupaten Banyumas. Data tersebut merupakan data retribusi bulanan sejak Januari 2021 sampai dengan Desember 2022, dengan total tersedia 24 pasangan data. Data penelitian disediakan pada **Tabel 1**, kolom (2) dan (4).

2.3 Metode Penelitian

Berdasarkan data pada **Tabel 1** ditentukan persamaan regresi linier sederhana dengan ketiga metode yaitu OLS, SA dan ISA. Urutan langkah-langkahnya sebagai berikut:

1. transformasi data penelitian;
2. visualisasi dan plot data penelitian;
3. menentukan persamaan regresi linier sederhana dengan metode OLS;
4. menguji kelinieran model;
5. menghitung nilai RMSE, MAE dan MAPE untuk persamaan regresi linier sederhana yang diperoleh dengan metode OLS;
6. menentukan persamaan regresi linier sederhana dengan metode SA;
7. menghitung nilai RMSE, MAE dan MAPE untuk persamaan regresi linier sederhana yang diperoleh dengan metode SA;
8. menentukan persamaan regresi linier sederhana dengan metode ISA;
9. menghitung nilai RMSE, MAE dan MAPE untuk persamaan regresi linier sederhana yang diperoleh dengan metode ISA;
10. membandingkan nilai-nilai RMSE, MAE, dan MAPE untuk ketiga metode dan menentukan apakah ketiga metode dapat digunakan untuk peramalan; dan
11. meramalkan besar retribusi pasar bulan Januari 2023 sampai April 2023.

3 HASIL DAN PEMBAHASAN

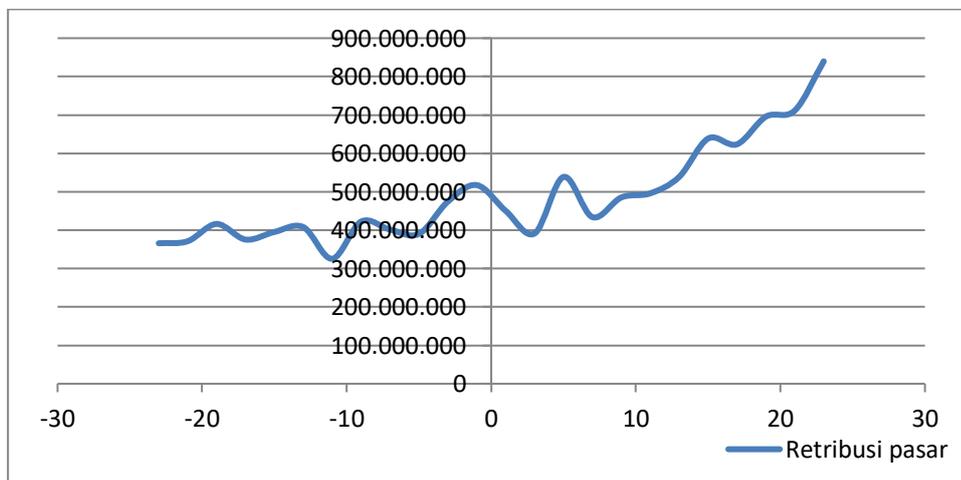
3.1 Transformasi Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data dari variabel bebas berupa waktu (dalam bulan). Variabel waktu ini ditransformasi menjadi bilangan bulat sedemikian sehingga jumlah totalnya adalah nol. Dalam hal ini dilakukan pembagian data menjadi dua kasus yaitu jumlah data ganjil dan jumlah data genap. Misalkan jumlah data dinyatakan dengan n .

Penelitian ini menggunakan 24 data sehingga banyaknya data genap. Variabel waktu ditransformasikan dengan nilai-nilai numerik ..., -5, -3, -1, 1, 3, 5, ... Hasilnya diberikan pada **Tabel 1** Kolom (3)

3.2 Plot Data Penelitian

Data pada **Tabel 1** sudah dibedakan menjadi variabel bebas dan variabel terikat yang mempunyai hubungan kausalitas sehingga kedua variabel dapat diregresikan. Selanjutnya dibuat plot data dengan variabel bebas adalah Transformasi (Kolom (3)) dan variabel terikat adalah Retribusi (Kolom (4)). Hasilnya grafik pada **Gambar 1**. Berdasarkan **Gambar 1**, persamaan regresi linier sederhana dapat digunakan untuk memodelkan data penelitian.



Gambar 1. Realisasi Retribusi Kabupaten Bayumas Januari 2021 – Desember 2022

3.3 Penaksiran Parameter Model Regresi Linier Sederhana

Pada penelitian ini, variabel yang akan diregresikan adalah variabel bebas Transformasi dan variabel terikat Retribusi, berturut-turut tersedia pada **Tabel 1** Kolom (3) dan Kolom (4).

3.3.1 Metode OLS

Taksiran untuk parameter regresi menggunakan metode OLS dihitung dengan persamaan (3). Perhitungan akan lebih mudah jika disajikan dalam bentuk **Tabel 1**.

Tabel 1. Perhitungan untuk Memperoleh a_{OLS} dan b_{OLS}

No <i>i</i>	Bulan	Variabel Bebas Transformasi (x_i)	Variabel Terikat Retribusi (y_i)	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
1	Januari 2021	-23	365.879.889	-23	121.909.773	529	2.803.924.779
2	Februari 2021	-21	371.175.707	-21	116.613.955	441	2.448.893.055
3	Maret 2021	-19	416.172.501	-19	-71.617.161	361	1.360.726.059
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
23	November 2022	21	711.626.320	21	223.836.658	441	4.700.569.818
24	Desember 2022	23	839.757.698	23	351.968.036	529	8.095.264.828
		$\bar{x} = 0$	$\bar{y} = 487.789.662$			$\sum = 4.600$	$\sum = 36.017.271.045$

Dari data perhitungan pada **Tabel 1**, diperoleh taksiran parameter regresi linier sederhana yang dihitung dengan persamaan (3).

$$b_{OLS} = \frac{36.017.271.045}{4.600} = 7.829.841,532$$

$$a_{OLS} = 487.789.662 - 7.829.841,532 \cdot 0 = 487.789.662$$

Jadi, persamaan regresinya adalah:

$$\hat{y}_{i,OLS} = 487.789.662 + 7.829.841,532 \cdot x_i \quad (11)$$

Persamaan regresi (11) perlu diuji ada tidaknya hubungan linier antara variabel X dan Y dan apakah koefisien regresinya signifikan. Uji F digunakan untuk melihat ada tidaknya hubungan linier antara kedua variabel yang diregresikan. Jika kedua variabel menunjukkan adanya hubungan linier, selanjutnya dilakukan uji t untuk melihat apakah koefisien regresinya signifikan. Jika koefisien regresinya terbukti signifikan, maka taksiran persamaan regresi yang diperoleh dapat digunakan untuk meramal. Kecocokan data persamaan regresi yang diperoleh ditentukan berdasarkan nilai koefisien determinasi. Hipotesis untuk uji F .

$$H_0 : \beta_1 = 0 \text{ (Tidak ada hubungan linier antar variabel)}$$

H_0 : $\beta_1 \neq 0$ (Ada hubungan linier antar variabel)

Gambar 2 adalah *output* ANOVA yang dihasilkan dengan *software* SPSS dan merupakan bentuk ANOVA. Berdasarkan **Gambar 2** diperoleh nilai Sig = 0,000 < α = 0,05 sehingga disimpulkan menolak H_0 yang artinya terdapat hubungan linier antar variabel.

ANOVA^a

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	2.820E+17	1	2.820E+17	59.100	.000 ^b
	Residual	1.050E+17	22	4.772E+15		
	Total	3.870E+17	23			

a. Dependent Variable: Y

b. Predictors: (Constant), X

Gambar 2. *Output* ANOVA

Secara manual, peroleh koefisien determinasi dilakukan dengan menghitung persamaan (4) dan dengan bantuan SPSS hasil perhitungan diberikan pada **Gambar 3**. Dari **Gambar 3** diperoleh nilai koefisien determinasi $R^2 = 0,729$. Artinya variabel X dapat menerangkan variabilitas variabel Y sebesar 72,9%, sisanya (27,1%) diterangkan oleh variabel lain.

Model Summary^b

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	R Square Change	Change Statistics			Sig. F Change	Durbin-Watson
						F Change	df1	df2		
1	.854 ^a	.729	.716	69077819.31	.729	59.100	1	22	.000	.934

a. Predictors: (Constant), X

b. Dependent Variable: Y

Gambar 3. *Output* Model Summary

Hipotesis untuk uji *t*

H_0 : $\beta_1 = 0$ (Koefisien regresi tidak signifikan)

H_1 : $\beta_1 \neq 0$ (Koefisien regresi tidak signifikan)

Coefficients^a

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	487789661.6	14100450.82		34.594	.000
	X	7829841.532	1018496.881	.854	7.688	.000

a. Dependent Variable: Y

Gambar 4. *Output* Coefficients

Dari *output* SPSS pada **Gambar 4** diperoleh nilai $\text{Sig} = 0,000 < \alpha = 0,05$ sehingga disimpulkan menolak H_0 yang artinya koefisien regresi signifikan. Dengan demikian, model regresi yang diperoleh dengan metode OLS pada persamaan (11) dapat digunakan untuk meramalkan.

3.3.2 Metode SA dan ISA

Penaksiran parameter regresi linier sederhana dengan metode SA dilakukan menggunakan persamaan (6), sedangkan untuk metode ISA digunakan persamaan (7). Perhitungannya dibantu dengan membuat **Tabel 2**.

Berdasarkan **Tabel 2**, diperoleh nilai a_{SA} dan b_{SA} serta nilai a_{ISA} dan b_{ISA}

$$b_{SA} = \frac{1}{24 - 1} 236.938.904,5 = 10.301.691,5$$

$$a_{SA} = \frac{1}{24 - 1} 11.104.133.086 = 482.788.395$$

$$b_{ISA} = \text{Median}\{b_i\} = 7.960.543,5$$

$$a_{ISA} = \frac{1}{24 - 1} 11.157.979.490 = 485.129.543$$

Persamaan regresinya berturut-turut adalah:

$$\hat{y}_{i;SA} = 482.788.395 + 10.310.691,5 \cdot x_i \quad (12)$$

$$\hat{y}_{i;ISA} = 485.129.543 + 7.960.543,5 \cdot x_i \quad (13)$$

Tabel 2. Perhitungan untuk Memperoleh a_{SA} , b_{SA} , a_{ISA} , dan b_{ISA}

No <i>i</i>	Bulan x_i	Retribusi y_i	$b_i = \frac{y_i - y_{i-1}}{x_i - x_{i-1}}$	Metode SA		Metode ISA		
				$b_{SA} \cdot x_i$	$y_i - b_{SA} \cdot x_i$	$b_i \uparrow$	$b_{ISA} \cdot x_i$	$y_i - b_{ISA} \cdot x_i$
1	-23	365.879.889	-	-	-	-	-	-
2	-21	371.175.707	2.647.909,0	-216.335.521,5	587.511.229	-52.392.673,0	-167.171.414	538.347.121
3	-19	416.172.501	22.498.397,0	-195.732.138,5	611.904.640	-41.249.686,5	-151.250.327	567.422.828
.
.
23	21	711.626.320	7.960.543,5	216.335.521,5	495.290.799	64.065.689,0	167.171.414	544.454.907
24	23	839.757.698	64.065.689,0	236.938.904,5	602.818.794	73.642.903,5	183.092.501	656.665.198
			$\sum =$ 236.938.904,5		$\sum =$ 11.104.133.086	Median{ $b_i \uparrow$ } = 7.960.543,5		$\sum =$ 11.157.979.490
			$b_{SA} =$ 10.301.691,5		$a_{SA} =$ 482.788.395	$b_{ISA} =$ Median{ b_i } = 7.960.543,5		$a_{ISA} =$ 485.129.543

3.4 Perhitungan RMSE, MAE, dan MAPE

3.4.1 Metode OLS

Perhitungan nilai statistik RMSE, MAE dan MAPE berturut-turut dilakukan dengan persamaan (8), (9), dan (10). **Tabel 3** menyajikan perhitungan ketiga jenis statistik tersebut.

Tabel 3. Perhitungan untuk Memperoleh RMSE, MAE dan MAPE pada Regresi Linier Sederhana dengan Metode OLS

Retribusi y_i	Prediksi Retribusi			Metode OLS		
	$\hat{y}_{i,OLS}$	$\hat{y}_{i,SA}$	$\hat{y}_{i,ISA}$	$(y_i - \hat{y}_{i,OLS})^2$	$ y_i - \hat{y}_{i,OLS} $	$\left \frac{y_i - \hat{y}_{i,OLS}}{y_i} \right $
(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
365.879.889	307.703.306	245.849.490,5	302.037.054	3.384.514.763.014.630	5.8176.582,6	0,159004592
371.175.707	323.362.989	266.452.873,5	317.958.140	2.286.055.923.369.660	4.7812.717,6	0,128814243
416.172.501	339.022.673	287.056.256,5	333.879.226	5.952.095.977.093.940	7.7149.828,5	0,185379448
.
.
711.626.320	652.216.334	699.123.916,5	652.300.946	3.529.546.416.083.170	5.9409.986,2	0,083484807
839.757.698	667.876.017	719.727.299,5	668.222.032	29.543.312.182.257.600	17.1881.681,2	0,20468009
			$\sum =$	104.978.392.681.626.000	1.283.638.102	3

Berdasarkan data pada **Tabel 3**, nilai RMSE, MAE dan MAPE adalah sebagai berikut:

$$RMSE_{OLS} = \sqrt{\frac{1}{24} 104.978.392.681.626.00} = \sqrt{4.374.099.695.067.770} = 66.136.977$$

$$MAE_{OLS} = \frac{1}{24} 1.283.638.102 = 53.484.921$$

$$MAPE_{OLS} = \frac{1}{24} \times 3 \times 100\% = 11,35262\%$$

Perhitungan menghasilkan nilai MAPE sebesar 11,35262% dan dapat disimpulkan bahwa metode OLS menghasilkan taksiran persamaan regresi linier sederhana dengan kemampuan meramal yang baik.

3.4.2 Metode SA dan ISA

Tabel 4 menyajikan nilai-nilai yang diperlukan untuk perhitungan ketiga statistik. Pada **Tabel 4**, nilai-nilai y_i , $\hat{y}_{i,SA}$, dan $\hat{y}_{i,ISA}$ yang digunakan dalam perhitungan telah tersedia pada **Tabel 3** Kolom (3), (5), dan (6).

Tabel 4. Perhitungan untuk Memperoleh RMSE, MAE dan MAPE pada Regresi Linier Sederhana dengan Metode SA dan ISA

Metode SA			Metode ISA		
$(y_i - \hat{y}_{i,SA})^2$	$ y_i - \hat{y}_{i,SA} $	$\left \frac{y_i - \hat{y}_{i,SA}}{y_i} \right $	$(y_i - \hat{y}_{i,ISA})^2$	$ y_i - \hat{y}_{i,ISA} $	$\left \frac{y_i - \hat{y}_{i,ISA}}{y_i} \right $
1,44073E+16	120.030.398,5	0,328059568	4,07591E+15	63842846,5	0,17449127
1,09669E+16	104.722.833,5	0,282138167	2,83211E+15	53217577,5	0,143375702
1,6671E+16	129.116.244,5	0,310246939	6,77218E+15	82293284,5	0,1977384
.
.
1,5631E+14	12.502.403,5	0,017568776	3,5195E+15	59325363,5	0,083365893
1,44073E+16	120.030.398,5	0,142934562	2,94245E+16	171535654,5	0,204268035
1,33685E+17	1.486.077.149,0	3,359128356	1,05227E+17	1305088298	2,775842761

Berdasarkan data perhitungan pada **Tabel 4**, nilai RMSE, MAE dan MAPE adalah:

$$RMSE_{SA} = \sqrt{\frac{1}{24} \cdot 1,33685 \times 10^{17}} = \sqrt{5,5702 \times 10^{15}} = 74.633.797,94$$

$$MAE_{SA} = \frac{1}{24} \cdot 1.486.077.149 = 61.919.881,21$$

$$MAPE_{SA} = \frac{1}{24} \times 3,359128 \times 100\% = 13,996368\%$$

$$RMSE_{ISA} = \sqrt{\frac{1}{24} \cdot 1,05227 \times 10^{17}} = \sqrt{4,388445 \times 10^{15}} = 66.215.181$$

$$MAE_{ISA} = \frac{1}{24} \cdot 1.316.600.551 = 54.378.679$$

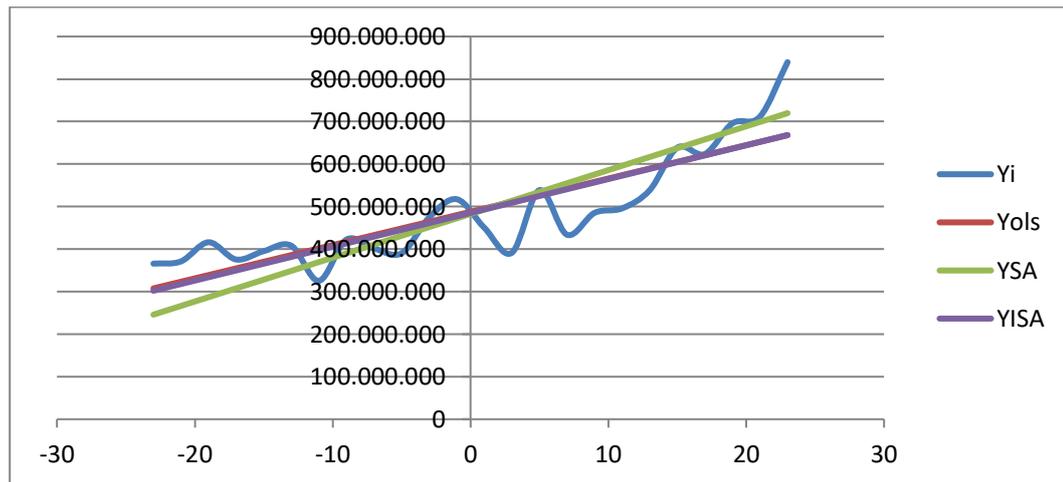
$$MAPE_{ISA} = \frac{1}{24} \times 2,775842761 \times 100\% = 11,566\%$$

Perhitungan untuk metode SA menghasilkan nilai MAPE sebesar 13,996368% yang kurang dari 20% sehingga dapat disimpulkan bahwa metode SA menghasilkan taksiran persamaan regresi linier sederhana dengan kemampuan meramal yang baik. Kesimpulan yang sama berlaku untuk metode SA dengan nilai MAPE sebesar 11,566%.

3.5 Evaluasi Model Regresi

Pada **Tabel 3** Kolom (4), (5), (6) dan (7) ditampilkan data real dan ramalan untuk bulan Januari 2021 sampai dengan Desember 2022. Selanjutnya, dibuat plot grafik-grafiknya dan hasilnya diberikan pada **Gambar 5**. Berdasarkan **Gambar 5**, ketiga garis regresi masing-masing dengan metode OLS, SA dan ISA secara visual tampak berhimpit. Hal ini menjelaskan bahwa model/persamaan regresi yang dihasilkan dengan metode SA dan ISA dapat digunakan untuk meramal.

Selanjutnya, dilakukan evaluasi model untuk menentukan apakah metode SA dan ISA dapat digunakan untuk meramalkan data penelitian. Kedua model dapat digunakan jika nilai RMSE, MAE dan MAPE untuk kedua metode hampir sama dengan nilai RMSE, MAE dan MAPE pada metode OLS. Nilai-nilai RMSE, MAE dan MAPE telah dihitung pada bagian sebelumnya, dan ditabulasikan pada **Tabel 5**.



Gambar 5. Grafik Taksiran Persamaan Regresi dengan Metode OLS, SA, dan ISA

Hasil perhitungan pada **Tabel 5** memperlihatkan untuk setiap metode yang dievaluasi, alat validasi memberikan hasil yang mendekati sama. Dengan demikian, metode OLS, SA, dan ISA dapat digunakan untuk membentuk persamaan regresi linier sederhana. Hasil perhitungan MAPE memberikan angka-angka yang seluruhnya kurang dari 20%. Hal ini berarti ketiga persamaan yang diperoleh memiliki kategori baik untuk meramal.

Tabel 5. Evaluasi Metode OLS, SA, ISA berdasarkan Nilai RMSE, MAE dan MAPE

Alat Validasi	Metode		
	Metode OLS	Metode SA	Metode ISA
RMSE	66.136.976	74.633.798	66.215.181
MAE	53.484.921	61.919.881	54.378.679
MAPE	11,353	13,966	11,566

3.6 Prediksi Retribusi Berdasarkan Taksiran Regresi Linier Sederhana

Prediksi besar retribusi untuk bulan Januari 2023 dihitung dengan persamaan (11) untuk $x = 25$. Berikut ini adalah hasil yang diperoleh untuk ketiga metode:

$$\hat{y}_{\text{Januari 2023;OLS}} = 487.789.662 + 7.829.841,532 \cdot 25 = 683.535.700,3.$$

$$\hat{y}_{\text{Januari 2023;SA}} = 482.788.395 + 10.310.691,5 \cdot 25 = 740.330.682,5.$$

$$\hat{y}_{\text{Januari 2023;ISA}} = 485.129.543 + 7.960.543,5 \cdot 25 = 684.143.130,5.$$

Prediksi besar retribusi untuk bulan Februari, Maret, dan April 2023 dihitung dengan persamaan (11) berturut-turut untuk $x = 27, 29$ dan 31 . Hasilnya diberikan pada **Tabel 6**.

Tabel 6. Hasil Perhitungan Prediksi Retribusi Pasar Januari sampai April 2023

Bulan	Realisasi	Prediksi		
		Metode OLS	Metode SA	Metode ISA
Januari 2023	789.500.572	683.535.700	740.330.683	684.143.131
Februari 2023	641.804.463	699.195.383	760.934.066	700.064.218
Maret 2023	700.161.681	714.855.066	781.537.449	715.985.305
April 2023	572.695.405	730.514.750	802.140.832	731.906.392

Hasil perhitungan dengan metode SA memberikan kenaikan yang cukup tajam dibanding dengan kedua metode lainnya. Hal ini disebabkan gradien persamaan regresi yang diperoleh dengan metode SA jauh lebih besar dibanding gradien persamaan regresi untuk kedua metode lainnya.

4 KESIMPULAN

Penelitian ini menghasilkan tiga buah persamaan regresi linier sederhana berdasarkan metode yang digunakan. Ketiga persamaan tersebut adalah

$$\hat{y}_{i;OLS} = 487.789.662 + 7.829.841,532 \cdot x_i$$

$$\hat{y}_{i;SA} = 482.788.395 + 10.310.691,5 \cdot x_i$$

$$\hat{y}_{i;ISA} = 485.129.543 + 7.960.543,5 \cdot x_i$$

Perhitungan RMSE, MAE dan MAPE untuk masing-masing metode menghasilkan nilai-nilai yang saling berdekatan. Dengan demikian, ketiga metode dapat digunakan untuk menaksir parameter-parameter regresi linier sederhana. Khusus untuk MAPE, ketiga metode menghasilkan nilai MAPE kurang dari 20%. Hasil ini memberikan kesimpulan bahwa ketiga metode dapat digunakan untuk membuat prediksi berdasarkan kriteria MAPE.

Selanjutnya, hasil prediksi retribusi untuk empat bulan pertama (Januari – April 2023) berdasarkan metode OLS adalah Rp 683.535.700, Rp 699.195.383, Rp

714.855.066, dan Rp 730.514.750. Penggunaan metode SA menghasilkan ramalan retribusi Rp 740.330.683, Rp 760.934.066, Rp 781.537.449, dan Rp 802.140.832. Sedangkan ramalan retribusi dengan metode ISA adalah Rp 802.140.832, Rp 700.064.218, Rp 715.985.305, dan Rp 731.906.392.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Susilawati, S., Prabowo, A., dan Amitarwati, D. P., (2021). Analisis Pendapatan Retribusi Pasar di Kabupaten Banyumas Menggunakan Uji Anova Satu Arah. *Perwira Journal* 1(2): 12-25.
- [2] Cliff, K. R. and Billy, K. M. (2017). Estimation of the Parameters of Linear Regression System using the Simple Averaging Method. *Global Journal of Pure and Applied Mathematics*, 13(11): 7749-7758.
- [3] Prabowo, A., Sugandha, A., Tripena, A., Mamat, M., Sukono, and Budiono, R. (2020). A New Method to Estimate Parameters in the Simple Regression Equation. *Mathematics and Statistics*, 8(2):75-81.
- [4] Singthongcai, J., Thongmual, N., dan Nitisuk, N. (2021). An Improved Simple Averaging Approach for Estimating Parameters in Simple Linear Regression Model. *Mathematics and Statistics*, 9(6): 939-946.
- [5] Supranto, J. (2016). Statistik: Teori dan Aplikasi. Jakarta: Erlangga.
- [6] Sembiring, R.K. (2003). *Analisis Regresi*. Bandung: Penerbit ITB.
- [7] Cahyo, B. W., Setyowati, A. S., dan Prabowo, A. (2022). Pearson Correlation between Education Level and Population Growth on Poverty in Central Java. *International Journal of Business, Economics, and Social Development*, 3(4): 174-180.
- [8] Sulaiman, W. (2004). *Analisis Regresi Menggunakan SPSS: Contoh Kasus dan Pemecahannya*. Jogjakarta: Andi.