Jurnal Ilmiah Matematika dan Pendidikan Matematika (JMP)
Vol. 12 No. 1, Juni 2020, hal. 35-46
ISSN (Cetak) : 2085-1456; ISSN (*Online*) : 2550-0422

STRUKTUR OPERATOR $\boxplus A$ dan $\boxtimes A$ PADA RING FUZZY INTUITIONISTIK

Dian Pratama
Universitas Nahdlatul Ulama Purwokerto
d.pratama@unupurwokerto.ac.id

ABSTRACT. *Intuitionistic fuzzy sets is a sets that are characterized by membership and non-membership function which sum is less than one. If applied to ring theory, it will called intuitionistic fuzzy rings. The fuzzy set operator is a mapping between the membership function and the interval [0,1]. In this study, we describe properties of operator $\boxplus A$ and $\boxtimes A$ in intuitionistic fuzzy rings. The properties to be studied is the structure of $\boxplus A$ and $\boxtimes A$ if A is an intuitive fuzzy ring.*

Keywords: *intuitionistic fuzzy ring, fuzzy operator, operator $\boxplus A$ and $\boxtimes A$*

ABSTRAK. Himpunan fuzzy intuitionistik merupakan suatu himpunan yang ditandai oleh dengan adanya fungsi keanggotaan dan non keanggotaan yang jumlahnya kurang dari satu. Apabila diaplikasikan pada teori ring, maka memunculkan ring fuzzy intuitionistik. Operator himpunan fuzzy merupakan suatu pengaitan antara fungsi keanggotaan dengan interval [0,1] Pada penelitian ini, akan dikaji mengenai sifat dari operator $\boxplus A$ dan $\boxtimes A$ pada ring fuzzy intuitionistik. Sifat yang akan dikaji adalah struktur dari $\boxplus A$ dan $\boxtimes A$ apabila A suatu ring fuzzy intuitionistik.

Kata Kunci: ring fuzzy intuitionistik, operator fuzzy, operator $\boxplus A$ dan $\boxtimes A$

1. PENDAHULUAN

Teori himpunan fuzzy (Zadeh,1965) merupakan himpunan yang ditandai dengan adanya fungsi keanggotaan pada setiap anggota. Fungsi keanggotaan tersebut adalah pengaitan suatu domain ke interval $[0,1]$. Himpunan fuzzy A dari X bisa dikatakan suatu pasangan terurut X dengan bilangan riil pada interval $[0,1]$ dan selanjutnya dinamakan subset fuzzy. Konsep fuzzy dikembangkan ke bidang aljabar oleh Rosenfeld (1971) yaitu grup fuzzy (subgrup fuzzy).

Himpunan fuzzy mengalami perluasan untuk sifat fungsi keanggotaan. Didasari dengan adanya fungsi non-keanggotaan (komplemen dari fungsi keanggotaan) yang sifat dari penjumlahan dari fungsi keanggotan dan non keanggotaan yang kurang dari sama dengan 1. Hal tersebut dapat diperluas dengan adanya fungsi non-keanggotaan yang apabila dijumlahkan dengan fungsi keanggotaan bernilai kurang dari sama dengan 1. Himpunan tersebut dinamakan himpunan fuzzy intuitionistik (Atanassov,1986).

Beberapa penelitian mendasari himpunan fuzzy intuitioinistik ini dan membawa pada struktur aljabar seperti Sharma (2011) mengenalkan grup fuzzy intuitionistik dan ring fuzzy intuitionistik. Pada tahun 1993, Souriar mendefinisikan operator pada himpunan fuzzy. Operator adalah suatu fungsi yang memasangkan fungsi keanggotaan ke [0,1]. Pada penelitian sebelumnya (Pratama, 2019) operator yang digunakan adalah operator translasi. Mengingat operator sebagai fungsi, maka memunculkan ide untuk bentuk opertor lain pada himpunan fuzzy . Pada penelitian ini didefinisikan bentuk operator lain dari suatu himpunan intuitionistik fuzzy A yaitu $\boxplus A$ dan $\boxtimes A$. Selanjutnya opertor tersebut akan di aplikasikan pada ring fuzzy intuitionistik dan akan dikaji sifat-sifat nya.

2. METODE PENELITIAN

Metode yang dilakukan adalah studi literatur dari buku dan jurnal ilmiah terutama yang berhubungan dengan ring fuzzy intuitionistik, dan operator $\boxplus A$ dan $\boxtimes A$. Langkah-langkah yang digunakan dalam penelitian yaitu :

1) Mendefinisikan ring fuzzy intuitionistik beserta sifat-sifat yang mendukung.
2) Mendefinisikan operator $\boxplus A$ dan $\boxtimes A$ pada himpunan fuzzy intuitionistik.
3) Membuktikan struktur himpunan dari operator $\boxplus A$ dan $\boxtimes A$ pada ring fuzzy intuitionistik.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Ring Fuzzy Intuitionistik.

Sebagai awal pembahasan, akan diberikan terlebih dahulu mengenai himpunan fuzzy intuitionistik dan ring fuzzy intuitionistik sebagai berikut,

Definisi 3.1.1 (Atanassov, 1984) *Diberikan $X \neq \emptyset$, himpunan A disebut himpunan fuzzy intuitionistik dari X dan ditulis $A = \{\langle x, \mu_A(x), v_A(x)\rangle\ ;\ x \in X\}$ dengan ketentuan $\mu_A : X \to [0,1]$ dan $v_A : X \to [0,1]$ masing-masing sebagai* *fungsi keanggotaan dan fungsi non-keanggotaan dari* X *yang memenuhi* $0 < \mu_A(x) + v_A(x) \leq 1$ *dan dinotasikan* $A = (\mu_A, v_A)$.

Untuk selanjutnya himpunan fuzzy intuitionistik disebut sebagai subset fuzzy intuitionistik dan ditulis *SFI*. Berikut diberikan beberapa sifat subset fuzzy intuitionistik, didefinisikan $A = \{\langle x, \mu_A(x), v_A(x) \rangle\ ;\ x \in X\}$ dan $B = \{\langle x, \mu_B(x), v_B(x) \rangle\ ;\ x \in X\}$ merupakan SFI dari X. Untuk setiap $x \in X$ berlaku :

1. $A \subseteq B$ jika dan hanya jika $\mu_A(x) \leq \mu_B(x)$ dan $v_A(x) \geq v_B(x)$.
2. $A^C = \left\{\langle x, {\mu^c}_A(x), {v^c}_A(x) \rangle\ ;\ x \in X\right\}$ dengan ${\mu^c}_A(x) = v_A(x)$ dan ${v^c}_A(x) = \mu_A(x)$.
3. $A \cap B = \{\langle x, (\mu_A \cap \mu_B), (v_A \cap v_B) \rangle\ ;\ x \in X\}$ dengan $(\mu_A \cap \mu_B)(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$ dan $(v_A \cap v_B)(x) = \max\{v_A(x), v_B(x)\}$.
4. $A \cup B = \{\langle x, (\mu_A \cup \mu_B), (v_A \cup v_B) \rangle\ ; x \in X\}$ dengan, $(\mu_A \cup \mu_B)(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$ dan $(v_A \cup v_B)(x) = \min\{v_A(x), v_B(x)\}$.

Apabila himpunan X mempunyai struktur ring, maka fungsi keanggotaan dan non-keanggotaan tersebut tidak selalu berlaku untuk sifat ring tersebut. Perlu adanya syarat-syarat untuk fungsi keanggotaan dan non-keanggotaan supaya esensi dari struktur ring tetap terbukti. Hal tersebut menimbulkan struktur baru yang disebut ring fuzzy intuitionistik.

Definisi 3.1.2 (Sharma, 2011) *Diberikan ring* $(R, +, \times)$ *dan SFI* A *dari* R. *Himpunan* $A = (\mu_A, v_A)$ *disebut subring fuzzy intuitionistik dari R jika dan hanya jika untuk setiap* $x, y \in R$ *berlaku :*

i) $\mu_A(x - y) \geq min\{\mu_A(x), \mu_A(y)\}$ *dan* $v_A(x - y) \leq max\{\mu_A(x), \mu_A(y)\}$.

ii) $\mu_A(xy) \geq min\{\mu_A(x), \mu_A(y)\}$ *dan* $v_A(xy) \leq max\{\mu_A(x), \mu_A(y)\}$.

Untuk selanjutnya, ring $R(+, \times)$ cukup ditulis R dan subring fuzzy intuitionistik cukup ditulis sebagai *SRFI*. Secara umum, ring fuzzy intuitionistik merupakan bentuk umum dari struktur ring. Selanjutnya akan diberikan operator $\boxplus A$ dan $\boxtimes A$ pada *SFI* dan *SRFI*.

3.2 Operator pada Ring Fuzzy Intuitionistik

Pada penelitian sebelumnya, diberikan definisi *SRFI* dan selanjutnya akan diberikan definisi beberapa operator pada *SFI*.

Definisi 3.2.1 (Souriar, 1993) *Diberikan* $\neq \emptyset$, *dan* $A = (\mu_A, v_A)$ *SFI dari X. Ddefiniskan operator* $\boxplus A$ *dan* $\boxtimes A$ *sebagai berikut :*

$$\boxplus A = \left\{ \langle x, \frac{\mu_A(x)}{2}, \frac{v_A(x)+1}{2} \rangle \ ; \ x \in X \right\}$$

$$\boxtimes A = \left\{ \langle x, \frac{\mu_A(x)+1}{2}, \frac{v_A(x)}{2} \rangle \ ; \ x \in X \right\}$$

Untuk mempermudah penulisan, $\boxplus A = \left(\mu_{\boxplus A}(x), v_{\boxplus A}(x)\right)$ demikian pula untuk yang lainnya $\boxtimes A = \left(\mu_{\boxtimes A}(x), v_{\boxtimes A}(x)\right)$. Pada sebarang *SFI A* dari *X* dan operator $\boxplus A$ dan $\boxtimes A$ maka, $\boxplus A = \left(\mu_{\boxplus A}(x), v_{\boxplus A}(x)\right)$ dengan sifat $\mu_{\boxplus A}(x) + v_{\boxplus A}(x) = \frac{\mu_A(x)}{2} + \frac{v_A(x)+1}{2} = \frac{\mu_A(x)+v_A(x)+1}{2} \leq \frac{1+1}{2} = 1$ sehingga $\boxplus A$ juga merupakan *SFI* dari *X*. Demikian pula untuk $\boxtimes A = \left(\mu_{\boxtimes A}(x), v_{\boxtimes A}(x)\right)$ yang merupakan *SFI* dari *X*. Akan tetapi, jika diberikan sebarang *SRFI A* maka struktur dari $\boxplus A$ dan $\boxtimes A$ akan diberikan pada teorema berikut,

Teorema 3.2.2 (Sharma, 2011) *Jika SRFI A dari ring R maka* $\boxplus A$ *merupakan SRFI dari ring R untuk setiap* $\alpha \in [0,1]$.

<u>Bukti:</u>

Diberikan *A* adalah *SRFI* dari ring *R* dan $\alpha \in [0,1]$. Ambil sebarang $x_1, x_2 \in R$, sehingga $\boxplus A(x_1 - x_2) = \left(\mu_{\boxplus A}(x_1 - x_2), v_{\boxplus A}(x_1 - x_2)\right)$

$$\Rightarrow \mu_{\boxplus A}(x_1 - x_2) = \frac{\mu_A(x_1 - x_2)}{2}$$

$$\frac{\mu_A(x_1 - x_2)}{2} \geq \frac{\min\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\}}{2}$$

$$= \min\left\{\frac{\mu_A(x_1)}{2}, \frac{\mu_A(x_2)}{2}\right\}$$

$$= \min\{\mu_{\boxplus A}(x_1), \mu_{\boxplus A}(x_2)\} \quad (1)$$

$$\Rightarrow v_{\boxplus A}(x_1 - x_2) = \frac{v_A(x_1 - x_2) + 1}{2}$$

$$\frac{v_A(x_1 - x_2) + 1}{2} \leq \frac{\max\{v_A(x_1), v_A(x_2)\} + 1}{2}$$

$$= \frac{\max\{v_A(x_1) + 1, v_A(x_2) + 1\}}{2}$$

$$= \max\left\{\frac{v_A(x_1) + 1}{2}, \frac{v_A(x_2) + 1}{2}\right\}$$

$$= \max\{v_{\boxplus A}(x_1), v_{\boxplus A}(x_2)\}. \quad (2)$$

Di lain pihak, $\boxplus A(x_1x_2) = \left(\mu_{\boxplus A}(x_1x_2), v_{\boxplus A}(x_1x_2)\right)$

$$\Rightarrow \mu_{\boxplus A}(x_1x_2) = \frac{\mu_A(x_1x_2)}{2}$$

$$\frac{\mu_A(x_1x_2)}{2} \geq \frac{\min\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\}}{2}$$

$$= \min\left\{\frac{\mu_A(x_1)}{2}, \frac{\mu_A(x_2)}{2}\right\}$$

$$= \min\{\mu_{\boxplus A}(x_1), \mu_{\boxplus A}(x_2)\} \quad (3)$$

$$\Rightarrow v_{\boxplus A}(x_1x_2) = \frac{v_A(x_1x_2) + 1}{2}$$

$$\frac{v_A(x_1x_2) + 1}{2} \leq \frac{\max\{v_A(x_1), v_A(x_2)\} + 1}{2}$$

$$= \frac{\max\{v_A(x_1) + 1, v_A(x_2) + 1\}}{2}$$

$$= \max\left\{\frac{v_A(x_1) + 1}{2}, \frac{v_A(x_2) + 1}{2}\right\}$$

$$= \max\{v_{\boxplus A}(x_1), v_{\boxplus A}(x_2)\}. \quad (4)$$

Dari persamaan (1), (2), (3), dan (4) terbukti bahwa $\boxplus A$ merupakan *SRFI* dari R. ■

Pembuktian selanjutnya adalah untuk $\boxtimes A$ sebagai berikut,

Teorema 3.2.3 (Sharma, 2011) *Jika SRFI A dari ring R maka* $\boxtimes A$ *merupakan SRFI dari ring R untuk setiap* $\alpha \in [0,1]$.

<u>Bukti:</u>

Diberikan A adalah *SRFI* dari ring R dan $\alpha \in [0,1]$. Ambil sebarang $x_1, x_2 \in R$, sehingga $\boxtimes A(x_1 - x_2) = \left(\mu_{\boxtimes A}(x_1 - x_2), \nu_{\boxtimes A}(x_1 - x_2)\right)$

$$\Rightarrow \mu_{\boxtimes A}(x_1 - x_2) = \frac{\mu_A(x_1 - x_2) + 1}{2}$$

$$\begin{aligned}\frac{\mu_A(x_1 - x_2) + 1}{2} &\geq \frac{\min\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\} + 1}{2} \\ &= \frac{\min\{\mu_A(x_1) + 1, \mu_A(x_2) + 1\}}{2} \\ &= \min\left\{\frac{\mu_A(x_1) + 1}{2}, \frac{\mu_A(x_2) + 1}{2}\right\} \\ &= \min\left\{\mu_{\boxtimes A}(x_1), \mu_{\boxtimes A}(x_2)\right\} \qquad (5)\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \nu_{\boxtimes A}(x_1 - x_2) = \frac{\nu_A(x_1 - x_2)}{2}$$

$$\begin{aligned}\frac{\nu_A(x_1 - x_2)}{2} &\leq \frac{\max\{\nu_A(x_1), \nu_A(x_2)\}}{2} \\ &= \max\left\{\frac{\nu_A(x_1)}{2}, \frac{\nu_A(x_2)}{2}\right\} \\ &= \max\left\{\nu_{\boxtimes A}(x_1), \nu_{\boxtimes A}(x_2)\right\}. \qquad (6)\end{aligned}$$

Dilain pihak, $\boxtimes A(x_1 x_2) = \left(\mu_{\boxtimes A}(x_1 x_2), \nu_{\boxtimes A}(x_1 x_2)\right)$

$$\Rightarrow \mu_{\boxtimes A}(x_1 x_2) = \frac{\mu_A(x_1 x_2) + 1}{2}$$

$$\begin{aligned}\frac{\mu_A(x_1 x_2) + 1}{2} &\geq \frac{\min\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\} + 1}{2} \\ &= \frac{\min\{\mu_A(x_1) + 1, \mu_A(x_2) + 1\}}{2} \\ &= \min\left\{\frac{\mu_A(x_1) + 1}{2}, \frac{\mu_A(x_2) + 1}{2}\right\} \\ &= \min\left\{\mu_{\boxtimes A}(x_1), \mu_{\boxtimes A}(x_2)\right\} \qquad (7)\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \nu_{\boxtimes A}(x_1 x_2) = \frac{\nu_A(x_1 x_2)}{2}$$

$$\frac{v_A(x_1x_2)}{2} \leq \frac{\max\{v_A(x_1), v_A(x_2)\}}{2}$$
$$= \max\left\{\frac{v_A(x_1)}{2}, \frac{v_A(x_2)}{2}\right\}$$
$$= \max\{v_{\boxtimes A}(x_1), v_{\boxtimes A}(x_2)\}. \quad (8)$$

Dari persamaan (5), (6), (7), dan (8) terbukti bahwa $\boxtimes A$ merupakan *SRFI* dari R. ■

Untuk kasus yang berikutnya, akan dibuktikan konvers dari **Teorema 3.3.2** dan **3.2.3**.

Teorema 3.2.4 (Sharma, 2011) *Jika* $\boxplus A$ *adalah SRFI dari ring* R, *maka* A *merupakan SRFI dari ring* R.

Bukti:

Diberikan $\boxplus A$ adalah *SRFI* dari ring R sehingga diperoleh $\boxplus A(x_1 - x_2) = \left(\mu_{\boxplus A}(x_1 - x_2), v_{\boxplus A}(x_1 - x_2)\right)$ yang memenuhi :

i. $\mu_{\boxplus A}(x_1 - x_2) \geq \min\{\mu_{\boxplus A}(x_1), \mu_{\boxplus A}(x_2)\}$
ii. $v_{\boxplus A}(x_1 - x_2) \leq \max\{v_{\boxplus A}(x_1), v_{\boxplus A}(x_2)\}$
iii. $\mu_{\boxplus A}(x_1x_2) \geq \min\{\mu_{\boxplus A}(x_1), \mu_{\boxplus A}(x_2)\}$
iv. $v_{\boxplus A}(x_1x_2) \leq \max\{v_{\boxplus A}(x_1), v_{\boxplus A}(x_2)\}$

Akan diuraikan setiap point dari sifat di atas.

Sifat (i) yaitu $\mu_{\boxplus A}(x_1 - x_2) \geq \min\{\mu_{\boxplus A}(x_1), \mu_{\boxplus A}(x_2)\}$

$$\Rightarrow \mu_{\boxplus A}(x_1 - x_2) \geq \min\{\mu_{\boxplus A}(x_1), \mu_{\boxplus A}(x_2)\}$$
$$= \min\left\{\frac{\mu_A(x_1)}{2}, \frac{\mu_A(x_2)}{2}\right\}$$
$$= \frac{\min\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\}}{2}.$$

Disisi lain $\mu_{\boxplus A}(x_1 - x_2) = \frac{\mu_A(x_1 - x_2)}{2}$ sehingga diperoleh

$$\Rightarrow \frac{\mu_A(x_1 - x_2)}{2} \geq \frac{\min\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\}}{2}$$

$$\Rightarrow \mu_A(x_1 - x_2) \geq \min\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\}.$$

Kemudian untuk sifat (ii) yaitu $v_{\boxplus A}(x_1 - x_2) \leq \max\{v_{\boxplus A}(x_1), v_{\boxplus A}(x_2)\}$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow v_{\boxplus A}(x_1 - x_2) &\leq \max\{v_{\boxplus A}(x_1), v_{\boxplus A}(x_2)\} \\
&= \max\left\{\frac{v_A(x_1) + 1}{2}, \frac{v_A(x_2) + 1}{2}\right\} \\
&= \frac{\max\{v_A(x_1) + 1, v_A(x_2) + 1\}}{2} \\
&= \frac{\max\{v_A(x_1), v_A(x_2)\} + 1}{2}.
\end{aligned}$$

Disisi lain $v_{\boxplus A}(x_1 - x_2) = \frac{v_A(x_1 - x_2) + 1}{2}$ sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow \frac{v_A(x_1 - x_2) + 1}{2} \leq \frac{\max\{v_A(x_1), v_A(x_2)\} + 1}{2} \\
&\Rightarrow v_A(x_1 - x_2) + 1 \leq \max\{v_A(x_1), v_A(x_2)\} + 1 \\
&\Rightarrow v_A(x_1 - x_2) \leq \max\{v_A(x_1), v_A(x_2)\}.
\end{aligned}$$

Selanjutnya sifat (iii) yaitu $\mu_{\boxplus A}(x_1 x_2) \geq \min\{\mu_{\boxplus A}(x_1), \mu_{\boxplus A}(x_2)\}$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \mu_{\boxplus A}(x_1 x_2) &\geq \min\{\mu_{\boxplus A}(x_1), \mu_{\boxplus A}(x_2)\} \\
&= \min\left\{\frac{\mu_A(x_1)}{2}, \frac{\mu_A(x_2)}{2}\right\} \\
&= \frac{\min\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\}}{2}.
\end{aligned}$$

Disisi lain $\mu_{\boxplus A}(x_1 x_2) = \frac{\mu_A(x_1 x_2)}{2}$ sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow \frac{\mu_A(x_1 x_2)}{2} \geq \frac{\min\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\}}{2} \\
&\Rightarrow \mu_A(x_1 x_2) \geq \min\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\}.
\end{aligned}$$

Terakhir sifat (iv) yaitu $v_{\boxplus A}(x_1 x_2) \leq \max\{v_{\boxplus A}(x_1), v_{\boxplus A}(x_2)\}$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow v_{\boxplus A}(x_1 x_2) &\leq \max\{v_{\boxplus A}(x_1), v_{\boxplus A}(x_2)\} \\
&= \max\left\{\frac{v_A(x_1) + 1}{2}, \frac{v_A(x_2) + 1}{2}\right\}
\end{aligned}$$

$$= \frac{\max\{v_A(x_1)+1, v_A(x_2)+1\}}{2}$$
$$= \frac{\max\{v_A(x_1), v_A(x_2)\}+1}{2}.$$

Disisi lain $v_{\boxplus A}(x_1x_2) = \frac{v_A(x_1x_2)+1}{2}$ sehingga diperoleh

$$\Rightarrow \frac{v_A(x_1x_2)+1}{2} \leq \frac{\max\{v_A(x_1), v_A(x_2)\}+1}{2}$$
$$\Rightarrow v_A(x_1x_2)+1 \leq \max\{v_A(x_1), v_A(x_2)\}+1$$
$$\Rightarrow v_A(x_1x_2) \leq \max\{v_A(x_1), v_A(x_2)\}.$$

Jadi dari penjabaran mulai dari sifat (i), (ii), (iii), dan (iv) jelas bahwa A merupakan *SRFI* dari ring R. ∎

Teorema 3.2.4 (Sharma, 2011) *Jika* $\boxtimes A$ *adalah SRFI dari ring* R, *maka* A *merupakan SRFI dari ring* R.

<u>Bukti:</u>

Diberikan $\boxtimes A$ adalah *SRFI* dari ring R sehingga diperoleh $\boxtimes A(x_1 - x_2) = \left(\mu_{\boxtimes A}(x_1 - x_2), v_{\boxtimes A}(x_1 - x_2)\right)$ yang memenuhi :

i. $\mu_{\boxtimes A}(x_1 - x_2) \geq \min\{\mu_{\boxtimes A}(x_1), \mu_{\boxtimes A}(x_2)\}$

ii. $v_{\boxtimes A}(x_1 - x_2) \leq \max\{v_{\boxtimes A}(x_1), v_{\boxtimes A}(x_2)\}$

iii. $\mu_{\boxtimes A}(x_1x_2) \geq \min\{\mu_{\boxtimes A}(x_1), \mu_{\boxtimes A}(x_2)\}$

iv. $v_{\boxtimes A}(x_1x_2) \leq \max\{v_{\boxtimes A}(x_1), v_{\boxtimes A}(x_2)\}$

Akan diuraikan setiap point dari sifat di atas.

Sifat (i) yaitu $\mu_{\boxtimes A}(x_1 - x_2) \geq \min\{\mu_{\boxtimes A}(x_1), \mu_{\boxtimes A}(x_2)\}$

$$\Rightarrow \mu_{\boxtimes A}(x_1 - x_2) \geq \min\{\mu_{\boxtimes A}(x_1), \mu_{\boxtimes A}(x_2)\}$$
$$= \min\left\{\frac{\mu_A(x_1)+1}{2}, \frac{\mu_A(x_2)+1}{2}\right\}$$
$$= \frac{\min\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\}+1}{2}.$$

Disisi lain $\mu_{\boxtimes A}(x_1 - x_2) = \frac{\mu_A(x_1-x_2)+1}{2}$ sehingga diperoleh

$$\Rightarrow \frac{\mu_A(x_1 - x_2)+1}{2} \geq \frac{\min\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\}+1}{2}$$

$$\Rightarrow \mu_A(x_1 - x_2) + 1 \geq \min\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\} + 1$$
$$\Rightarrow \mu_A(x_1 - x_2) \geq \min\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\}.$$

Kemudian untuk sifat (ii) yaitu $v_{\boxtimes A}(x_1 - x_2) \leq \max\{v_{\boxtimes A}(x_1), v_{\boxtimes A}(x_2)\}$

$$\Rightarrow v_{\boxtimes A}(x_1 - x_2) \leq \max\{v_{\boxtimes A}(x_1), v_{\boxtimes A}(x_2)\}$$
$$= \max\left\{\frac{v_A(x_1)}{2}, \frac{v_A(x_2)}{2}\right\}$$
$$= \frac{\max\{v_A(x_1), v_A(x_2)\}}{2}.$$

Disisi lain $v_{\boxtimes A}(x_1 - x_2) = \frac{v_A(x_1 - x_2)}{2}$ sehingga diperoleh

$$\Rightarrow \frac{v_A(x_1 - x_2)}{2} \leq \frac{\max\{v_A(x_1), v_A(x_2)\}}{2}$$
$$\Rightarrow v_A(x_1 - x_2) \leq \max\{v_A(x_1), v_A(x_2)\}.$$

Selanjutnya sifat (iii) yaitu $\mu_{\boxtimes A}(x_1 x_2) \geq \min\{\mu_{\boxtimes A}(x_1), \mu_{\boxtimes A}(x_2)\}$

$$\Rightarrow \mu_{\boxtimes A}(x_1 x_2) \geq \min\{\mu_{\boxtimes A}(x_1), \mu_{\boxtimes A}(x_2)\}$$
$$= \min\left\{\frac{\mu_A(x_1) + 1}{2}, \frac{\mu_A(x_2) + 1}{2}\right\}$$
$$= \frac{\min\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\} + 1}{2}.$$

Disisi lain $\mu_{\boxtimes A}(x_1 x_2) = \frac{\mu_A(x_1 x_2) + 1}{2}$ sehingga diperoleh

$$\Rightarrow \frac{\mu_A(x_1 x_2) + 1}{2} \geq \frac{\min\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\} + 1}{2}$$
$$\Rightarrow \mu_A(x_1 x_2) + 1 \geq \min\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\} + 1$$
$$\Rightarrow \mu_A(x_1 x_2) \geq \min\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\}.$$

Terakhir sifat (iv) yaitu $v_{\boxtimes A}(x_1 x_2) \leq \max\{v_{\boxtimes A}(x_1), v_{\boxtimes A}(x_2)\}$

$$\Rightarrow v_{\boxtimes A}(x_1 x_2) \leq \max\{v_{\boxtimes A}(x_1), v_{\boxtimes A}(x_2)\}$$
$$= \max\left\{\frac{v_A(x_1)}{2}, \frac{v_A(x_2)}{2}\right\}$$

$$= \frac{\max\{v_A(x_1), v_A(x_2)\}}{2}.$$

Disisi lain

$$v_{\boxtimes A}(x_1x_2) = \frac{v_A(x_1x_2)}{2},$$

sehingga diperoleh

$$\Rightarrow \frac{v_A(x_1x_2)}{2} \le \frac{\max\{v_A(x_1), v_A(x_2)\}}{2}$$

$$\Rightarrow v_A(x_1x_2) \le \max\{v_A(x_1), v_A(x_2)\}.$$

Jadi dari penjabaran mulai dari sifat (i), (ii), (iii), dan (iv) jelas bahwa A merupakan *SRFI* dari ring R. ■

4. KESIMPULAN DAN SARAN

Dari penjelasan yang telah diberikan, diperoleh kesimpulan bahwa bentuk operator $\boxplus A$ dan $\boxtimes A$ dari suatu *SRFI* merupakan *SRFI* juga. Hal tersebut bermakna jika diberikan sebarang *SRFI A* dari *X* maka $\boxplus A$ dan $\boxtimes A$ merupakan *SRFI* dari *X* dan demikian pula sebaliknya. Sebagai saran, dapat digunakan jenis operator-operator lainnya yang bisa ditentukan sendiri atau membuktikan sifat-sifat yang lain pada ring fuzzy intuitionistik.

DAFTAR PUSTAKA

Atanassov, K. T., *Intuitionistic fuzzy sets*, Fuzzy Sets and Systems **20** (1986), 87-96.

Atanassov, K., *On Intuitionistic Fuzzy Sets Theory*, Springer, Berlin, 2012

Pratama, D., *Struktur Image dan Pre-Image Homomorfisma pada Translasi Ring Fuzzy Intuitionistik*, Jurnal Ilmiah Matematika dan Pendidikan Matematika, **11**(1) (2019), 59-68.

Rosenfeld, A., *Fuzzy Groups*, J. Math.Anal. Appl., **35** (1971), 512-517.

Sharma, P. K., *Intuitionistic Fuzzy Groups*, IFRSA International Journal of Data Warehousing and Mining **1**(1) (2011).

Souriar, S., *A Study of Translates of Fuzzy Subgroups*, Department of Mathematics and Statistics Cochin, University of Science and Technology Cochin, Kerala., 1993.

Zadeh, L. A., *Fuzzy Sets, Information and Control*, **8** (1965), 338-353.