Jurnal Ilmiah Matematika dan Pendidikan Matematika (JMP)
Vol. 14 No. 1, Juni 2022, hal. 81-94
ISSN (Cetak) : 2085-1456; ISSN (*Online*) : 2550-0422

OPTIMISASI FUNGSI RASTRIGIN MENGGUNAKAN *FLOWER POLLINATION ALGORITHM*

Taufik Hidayat

Jurusan Matematika, Universitas Jenderal Soedirman
Taufikhidayat205@gmail.com

Wuryatmo A. Sidik

Jurusan Matematika, Universitas Jenderal Soedirman
Wuryatmo.sidik@unsoed.ac.id

Jajang*

Jurusan Matematika, Universitas Jenderal Soedirman
jajang@unsoed.ac.id

ABSTRACT. *The Rastrigin function is a multimodal function. It is difficult to find a global minimum of the function because it has many local minimums. Therefore, we need an effective and efficient algorithm to find a solution to the global minimum of the function without being trapped by the local minimum. The flower pollination algorithm is a metaheuristic algorithm, it is expected to be capable of solving multimodal function optimization problems. In this study flower pollination algorithm is used to find the global minimum of the Rastrigin function of two variables with MATLAB. The Rastrigin function of two variables is used as objective function for the flower pollination algorithm. The parameters are divided into three configurations based on the difference amount of pollen gamets, the probability switch, and the search domain, with two different iterations 300 and 1500. The best results is obtained for each configuration is running for 10 times. The best results from the flower pollination algorithm are obtained from the first configuration and 1500 iterations.*

Keywords **:** *local minimum, global minimum, Rastrigin function, flower pollination algorithm.*

ABSTRAK. Fungsi Rastrigin merupakan fungsi *multimodal* yang memiliki banyak minimum lokal yang menyebabkan sulitnya mencari nilai minimum globalnya. Oleh karena itu diperlukan algoritma yang efektif dan efisien untuk mencari solusi nilai minimum global fungsi Rastrigin tanpa terjebak oleh minimum lokal. *Flower pollination algorithm* merupakan algoritma pencarian metaheuristik yang diharapkan mampu untuk menyelesaikan permasalahan optimisasi fungsi *multimodal*. Dalam penelitian ini *flower pollination algorithm* digunakan untuk mencari nilai minimum global dari fungsi Rastrigin dua variabel dengan bantuan *software* MATLAB. Fungsi Rastrigin dua variabel digunakan sebagai fungsi uji pada *flower pollination algorithm*. Parameter yang digunakan dibagi menjadi tiga konfigurasi, setiap konfigurasi didasarkan pada perbedaan jumlah serbuk sari, *probability switch,* dan domain pencarian, dengan dua jumlah iterasi

*Penulis Korespondensi
Info Artikel : dikirim 12 Mei 2022; direvisi 29 Jun. 2022; diterima 30 Jun. 2022.

berbeda, yaitu 300 dan 1500. Hasil terbaik diperoleh dari setiap konfigurasi pada masing-masing iterasi dengan 10 kali *running*. Hasil terbaik dari *flower pollination algorithm* didapat dari konfigurasi pertama dan jumlah iterasi 1500.

Kata kunci : minimum lokal, minimum global, fungsi Rastrigin, *flower pollination algorithm.*

1. PENDAHULUAN

Optimisasi fungsi *multimodal* merupakan permasalahan optimisasi yang bertujuan untuk menemukan optimum lokal atau global. Fungsi *multimodal* merupakan suatu fungsi yang memiliki beberapa optimum lokal dan global (Karim, dkk., 2020). Salah satu fungsi *multimodal* adalah fungsi Rastrigin yang ditemukan oleh Rastrigin seorang matematikawan pada tahun 1974. Fungsi Rastrigin merupakan fungsi non konveks dan *multimodal* (Neydorf, dkk., 2016). Solusi dari permasalahan optimisasi fungsi *multimodal* dapat diselesaikan oleh suatu algoritma. Proses pencarian solusi optimisasi fungsi *multimodal* berguna untuk menguji suatu algoritma apakah dapat menyelesaikan permasalahan optimisasi fungsi *multimodal* atau tidak. Fungsi Rastrigin salah satu fungsi *multimodal* yang terbukti paling efektif dan paling sering digunakan dalam menguji suatu algoritma (Neydorf, dkk., 2016). Hasil penelitian Neydorf dkk. (2016) menunjukkan bahwa fungsi Rastrigin berhasil menguji tiga algoritma pencarian heuristik, yaitu *swarm particles*, *evolutionary genetic*, dan *ant algorithm*.

Algoritma pencarian metaheuristik dapat mempermudah proses pencarian solusi dari permasalahan optimisasi fungsi *multimodal*. Menurut Yang (2012) algoritma pencarian metaheuristik yang terinspirasi dari alam merupakan algoritma yang sangat efisien dalam menyelesaikan permasalahan optimisasi *nonlinear* dan *multimodal*. *Flower Pollination Algorithm* merupakan algoritma pencarian metaheuristik yang terinspirasi dari alam sehingga diharapkan dapat menyelesaikan permasalahan fungsi *multimodal* secara jauh lebih efisien dibandingkan dengan menggunakan cara algoritma konvensional.

Pencarian nilai minimum global dari fungsi Rastrigin dapat diselesaikan dengan *flower pollination algorithm*, karena secara umum telah berhasil menyelesaikan permasalahan optimisasi global (Yang, 2012). Dalam penelitian ini *flower pollination algorithm* digunakan untuk mengkaji kembali bagaimana menentukan masalah optimasi fungsi Rastrigin dua variabel dengan bantuan *software* MATLAB.

2. METODOLOGI PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan dengan metode studi pustaka dari beberapa artikel pendukung dan buku-buku mengenai fungsi Rastrigin dan *flower pollination algorithm* untuk mendukung penelitian. Penyederhanaan masalah perlu dilakukan, yaitu diasumsikan bahwa setiap tanaman hanya memiliki satu bunga dan setiap bunga hanya menghasilkan satu serbuk sari sehingga solusinya akan sebanding dengan jumlah bunga (Augusta dan Pramono, 2018). Tanpa mengurangi generalisasi, dalam bahasan ini fungsi Rastrigin yang digunakan dibatasi untuk dua variabel, Adapun langkah-langkah implementasi *flower pollination algorithm* dalam mencari nilai minimum fungsi Rastrigin dua variabel adalah sebagai berikut:

1) Menentukan nilai dari parameter pada *flower pollination algorithm*, mulai dari nilai serbuk sari, dimensi, faktor skala, parameter *Lévy*, *probability switch*, batas bawah dan batas atas fungsi.
2) Menentukan inisialisasi awal serbuk sari ($\boldsymbol{x}_i^0$). Secara matematis nilai $\boldsymbol{x}_i^0$ didefinisikan sebagai berikut:
$$\boldsymbol{x}_i^0 = Bb + (Ba - Bb) * rand(1, d) \text{ untuk } i = 1,2, \dots, n, \tag{1}$$
dengan $rand(1, d)$ adalah sebuah matriks $1 \times d$ dengan setiap elemennya merupakan bilangan acak (diantara 0 sampai 1). Berdasarkan nilai $\boldsymbol{x}_i^0$ berikutnya adalah menghitung nilai $F(\boldsymbol{x}_i^0)$ untuk $i = 1, 2, \dots, n$.
3) Menyimpan serbuk sari terbaik sementara. Serbuk sari sementara secara matematis didefinisikan sebagai berikut:
$$g_* = \boldsymbol{x}_{i_g}^0\ , i_g = arg_i \min(F(\boldsymbol{x}_i^0)) \text{ untuk } i = 1, 2, \dots, n \tag{2}$$
dengan g_* merupakan serbuk sari terbaik sementara.
4) Melakukan proses iterasi. Proses iterasi dapat berupa penyerbukan global atau penyerbukan lokal. Proses iterasi pada penyerbukan global secara matematis didefinisikan sebagai
$$\boldsymbol{x}_i^{t+1} = \boldsymbol{x}_i^t + \gamma \boldsymbol{L}(\lambda)(\boldsymbol{x}_i^t - g_*). \tag{3}$$
Menurut Mantegna (1994) *step size* untuk *Lévy flight* didefinisikan sebagai berikut:
$$s = \frac{U}{|V|^{\frac{1}{\lambda}}} \tag{4}$$
dengan

$$U = \left[\frac{\Gamma(1+\lambda)}{\lambda\Gamma(\frac{1+\lambda}{2})} \times \frac{\sin(\frac{\pi\lambda}{2})}{2^{\frac{(\lambda-1)}{2}}}\right]^{\frac{1}{\lambda}}$$

$$V = randn(1, d)$$

dengan d menyatakan dimensi dan $randn(1, d)$ merupakan matriks berdimensi $1 \times d$ yang elemennya bernilai acak berdistribusi normal. Menurut Karim, dkk. (2020) untuk menghitung vektor $\boldsymbol{L}$ yang berdimensi d dengan *Lévy flight* mengikuti persamaan

$$\boldsymbol{L}(\lambda) = \frac{randn(1, d) \times \left[\frac{\Gamma(1+\lambda)}{\lambda\Gamma(\frac{1+\lambda}{2})} \times \frac{\sin(\frac{\pi\lambda}{2})}{2^{\frac{(\lambda-1)}{2}}}\right]^{\frac{1}{\lambda}}}{|randn(1, d)|^{\frac{1}{\lambda}}}. \tag{5}$$

Proses penyerbukan lokal mempunyai bentuk matematis sebagai berikut,

$$\boldsymbol{x}_i^{t+1} = \boldsymbol{x}_i^t + \varepsilon(\boldsymbol{x}_j^t - \boldsymbol{x}_k^t) \tag{6}$$

dengan $\boldsymbol{x}_i^t$ adalah serbuk sari atau solusi vektor $\boldsymbol{x}_i$ pada iterasi ke-t.

5) Menyimpan serbuk sari terbaik dari hasil iterasi dan mengulang kembali iterasi sampai mendapatkan hasil terbaik. Secara matematis didefinisikan sebagai berikut:

$$g_* = \boldsymbol{x}_{i_g}^0 \text{ , } i_g = arg_i \min(F(\boldsymbol{x}_i^0)) \text{ untuk } i = 1, 2, \dots, n \tag{7}$$

dengan g_* merupakan serbuk sari terbaik sementara.

6) Proses iterasi berhenti apabila sudah mencapai jumlah iterasi yang diinginkan. Pada percobaan ini dipilih jumlah iterasi sebanyak 300 dan 1500 iterasi.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Fungsi Objektif

Dalam penelitian ini, bentuk dari fungsi Rastrigin yang digunakan dibatasi oleh fungsi Rastrigin dua variabel. Fungsi Rastrigin dua variabel yang dimaksud adalah

$$f(x_1, x_2) = 20 + x_1^2 - 10\cos(2\pi x_1) + x_2^2 - 10\cos(2\pi x_2). \tag{8}$$

Persamaan (8) merupakan bentuk khusus untuk fungsi Rastrigin dua variabel dengan x_1 dan x_2 merupakan variabel pertama dan kedua dari fungsi Rastrigin dimana $x_{1,2} \in [-5{,}12; 5{,}12]$, sedangkan π merupakan konstanta $\pi \approx 3{,}14$.

3.2 Implementasi *Flower Pollination Algorithm* dalam Mencari Nilai Minimum Global

Langkah-langkah implementasi *flower pollination algorithm* dalam mencari nilai minimum global fungsi Rastrigin dua variabel adalah sebagai berikut:

1) Menentukan nilai parameter yang diperlukan

Sebelum memulai proses pencarian menggunakan *flower pollination algorithm*, langkah pertama yang harus dilakukan adalah menentukan nilai dari parameter yang digunakan dalam proses pencarian. Terdapat beberapa parameter yang harus ditentukan mulai dari ukuran populasi (n), faktor skala untuk *step size* (γ), parameter *Lévy flight* (λ), dan *probability switch* (p) (Azad, dkk., 2018). Pada penelitian kali ini diuji coba sebanyak tiga konfigurasi nilai parameter. Dalam setiap konfigurasi didasarkan pada perbedaan jumlah serbuk sari, *probability switch*, serta nilai batas atas dan batas bawah fungsi. Nilai parameter pada konfigurasi satu diambil berdasarkan pada penelitian Yang (2012). Nilai parameter pada konfigurasi dua dan tiga merupakan modifikasi dari konfigurasi satu dengan tetap berada pada rentang nilai rekomendasi yang sudah diberikan. Tujuan dipilihnya ketiga konfigurasi itu adalah untuk mengetahui konfigurasi manakah yang mendapatkan nilai paling minimum. Berdasarkan pemilihan konfigurasi-konfigurasi ini diharapkan dapat diketahui konfigurasi terbaik dalam proses pencarian nilai minimum global fungsi Rastrigin dua variabel. Kombinasi nilai parameter ketiga konfigurasi ditampilkan pada Tabel 1.

Tabel 1. Konfigurasi Satu untuk Nilai Parameter

Parameter	Nilai yang dipilih	Keterangan
Serbuk sari (n)	25	Nilai rekomendasi 20-40, bisa lebih jika dirasa perlu
Dimensi (d)	2	Fungsi objektif yang digunakan adalah fungsi Rastrigin dua variabel
Faktor skala (γ)	0,01	Rekomendasi 0,1 atau 0,01
Parameter Lévy (λ)	1,5	Rentang $1 \leq \lambda \leq 2$
Probability switch (p)	0,8	Rentang $0 \leq p \leq 1$
Batas bawah (Bb)	-5,12	Batas bawah fungsi
Batas atas (Ba)	5,12	Batas atas fungsi

Tabel 2. Konfigurasi Dua untuk Nilai Parameter

Parameter	Nilai yang dipilih	Keterangan
Serbuk sari (n)	20	Nilai rekomendasi 20-40, bisa lebih jika dirasa perlu
Dimensi (d)	2	Fungsi objektif yang digunakan adalah fungsi Rastrigin dua variabel
Faktor skala (γ)	0,01	Rekomendasi 0,1 atau 0,01
Parameter Lévy (λ)	1,5	Rentang $1 \leq \lambda \leq 2$
Probability switch (p)	0,5	Rentang $0 \leq p \leq 1$
Batas bawah (Bb)	-1	Batas bawah fungsi
Batas atas (Ba)	1	Batas atas fungsi

Tabel 3. Konfigurasi Tiga untuk Nilai Parameter

Parameter	Nilai yang dipilih	Keterangan
Serbuk sari (n)	40	Nilai rekomendasi 20-40, bisa lebih jika dirasa perlu
Dimensi (d)	2	Fungsi objektif yang digunakan adalah fungsi Rastrigin dua variabel
Faktor skala (γ)	0,01	Rekomendasi 0,1 atau 0,01
Parameter Lévy (λ)	1,5	Rentang $1 \leq \lambda \leq 2$
Probability switch (p)	0,9	Rentang $0 \leq p \leq 1$
Batas bawah (Bb)	-10	Batas bawah fungsi
Batas atas (Ba)	10	Batas atas fungsi

2) Inisialisasi awal

Langkah kedua adalah melakukan inisialisasi awal untuk setiap konfigurasi parameter yang telah ditentukan. Secara matematis langkahnya didefinisikan sebagai berikut:

$$\boldsymbol{x}_i^0 = Bb + (Ba - Bb)rand(1,2) \text{ untuk } i = 1,2, \dots, n. \tag{9}$$

Berikut ini hasil dari inisialisasi awal dari ketiga konfigurasi nilai parameter.

Tabel 4. Hasil Inisialisasi Konfigurasi Satu

$\boldsymbol{x}_i^0$	x_1	x_2	$f(x_1, x_2)$
$\boldsymbol{x}_1^0$	3,1018	4,9890	36,5144
$\boldsymbol{x}_2^0$	−1,1456	−4,9481	30,2255
$\boldsymbol{x}_3^0$	−2,6881	0,2745	32,6248
$\boldsymbol{x}_4^0$	0,1984	−1,8148	16,1895
$\boldsymbol{x}_5^0$	−4,6319	1,0103	39,2537
$\boldsymbol{x}_6^0$	1,0402	−5,0884	28,7950
$\boldsymbol{x}_7^0$	−1,0840	−3,1785	18,2948
$\boldsymbol{x}_8^0$	1,0179	−2,2037	13,0864

x_9^0	−1,5798	1,5605	42,9855
x_{10}^0	1,2027	1,4923	30,7344
x_{11}^0	1,8523	−4,5247	47,7882
x_{12}^0	3,8798	0,6838	32,2794
x_{13}^0	−2,5576	−5,0999	53,8087
x_{14}^0	4,1347	−2,0960	26,6265
x_{15}^0	3,4185	−3,0110	39,4944
x_{16}^0	2,7864	2,4257	40,3151
x_{17}^0	−4,0090	−2,8374	28,9176
x_{18}^0	−1,0706	−1,9796	6,1155
x_{19}^0	3,8600	0,9272	20,4142
x_{20}^0	2,3766	−0,0150	22,8356
x_{21}^0	−0,5719	3,9582	35,3331
x_{22}^0	−1,7048	−3,8039	36,8592
x_{23}^0	−0,6895	−4,9191	39,6506
x_{24}^0	0,7227	−1,9548	16,4486
x_{25}^0	0,1170	−4,2122	27,9898

Tabel 5. Hasil Inisialisasi Konfigurasi Dua

x_i^0	x_1	x_2	$f(x_1, x_2)$
x_1^0	0,9352	0,1125	4,1014
x_2^0	0,7021	−0,4607	33,3688
x_3^0	0,0178	−0,8229	6,3156
x_4^0	0,1245	0,8501	7,7607
x_5^0	−0,0298	0,1451	4,0706
x_6^0	−0,3148	−0,0278	14,2115
x_7^0	0,3943	−0,2431	27,6545
x_8^0	−0,3075	0,1302	16,8062
x_9^0	0,5929	−0,4749	38,7959
x_{10}^0	−0,4513	−0,5340	39,7978
x_{11}^0	−0,3661	0,3850	34,4479
x_{12}^0	0,3077	−0,6371	30,5609
x_{13}^0	−0,9557	0,4441	20,8837
x_{14}^0	−0,0305	0,8398	5,5408
x_{15}^0	0,3954	0,8643	22,2409
x_{16}^0	0,0326	−0,6634	15,8256
x_{17}^0	−0,2684	−0,4408	30,7343
x_{18}^0	0,8930	0,9656	4,1403
x_{19}^0	−0,9121	0,2332	11,3219
x_{20}^0	0,9461	−0,4615	21,3853

Tabel 6. Hasil Inisialisasi Konfigurasi Tiga untuk x_1^0 sampai x_{24}^0

x_i^0	x_1	x_2	$f(x_1, x_2)$
x_1^0	6,2945	8,1158	120,7792
x_2^0	−7,4603	8,2675	154,7957
x_3^0	2,6472	−8,0492	88,2910
x_4^0	−4,4300	0,9376	40,3117
x_5^0	9,1501	9,2978	187,2593
x_6^0	−6,8477	9,4119	158,2174
x_7^0	9,1433	−0,2925	100,1129
x_8^0	6,0056	−7,1623	92,1346
x_9^0	−1,5648	8,3147	104,7209
x_{10}^0	5,8441	9,1898	129,3409
x_{11}^0	3,1148	−9,2858	110,6471
x_{12}^0	6,9826	8,6799	138,4218
x_{13}^0	3,5747	5,1548	62,6379

$\boldsymbol{x}_{14}^0$	4,8626	−2,1555	36,1928
$\boldsymbol{x}_{15}^0$	3,1096	−6,5763	74,0675
$\boldsymbol{x}_{16}^0$	4,1209	−9,3633	123,9389
$\boldsymbol{x}_{17}^0$	−4,4615	−9,0766	123,1342
$\boldsymbol{x}_{18}^0$	−8,0574	6,4692	127,2265
$\boldsymbol{x}_{19}^0$	3,8966	−3,6580	46,0660
$\boldsymbol{x}_{20}^0$	9,0044	−9,3111	181,5242
$\boldsymbol{x}_{21}^0$	−1,2251	−2,3688	32,3467
$\boldsymbol{x}_{22}^0$	5,3103	5,9040	78,5225
$\boldsymbol{x}_{23}^0$	−6,2625	−0,2047	57,2417
$\boldsymbol{x}_{24}^0$	−1,0883	2,9263	12,3008

Tabel 7. Hasil Inisialisasi Konfigurasi Tiga untuk x_{25}^0 sampai x_{40}^0

$\boldsymbol{x}_i^0$	x_1	x_2	$f(x_1, x_2)$
$\boldsymbol{x}_{25}^0$	4,1873	5,0937	51,3257
$\boldsymbol{x}_{26}^0$	−4,4795	3,5941	71,2044
$\boldsymbol{x}_{27}^0$	3,1020	−6,7478	67,2777
$\boldsymbol{x}_{28}^0$	−7,6200	−0,0327	75,5644
$\boldsymbol{x}_{29}^0$	9,1949	−3,1923	107,7946
$\boldsymbol{x}_{30}^0$	1,7054	−5,5238	66,0774
$\boldsymbol{x}_{31}^0$	5,0253	−4,8981	51,3526
$\boldsymbol{x}_{32}^0$	0,1191	3,9815	18,6075
$\boldsymbol{x}_{33}^0$	7,8181	9,1858	157,4305
$\boldsymbol{x}_{34}^0$	0,9443	−7,2275	62,3263
$\boldsymbol{x}_{35}^0$	−7,0141	−4,8498	76,8886
$\boldsymbol{x}_{36}^0$	6,8143	−4,9144	78,0658
$\boldsymbol{x}_{37}^0$	6,2857	−5,1295	81,1776
$\boldsymbol{x}_{38}^0$	8,5853	−3,0003	101,3076
$\boldsymbol{x}_{39}^0$	−6,0681	−4,9783	62,5995
$\boldsymbol{x}_{40}^0$	2,3209	−0,5342	39,7502

3) Simpan serbuk sari terbaik sementara

Berdasarkan hasil perhitungan inisialisasi awal, selanjutnya dipilih satu solusi terbaik sementara (g_*). Solusi terbaik tersebut, secara matematis adalah:

$$g_* = \boldsymbol{x}_{i_g}^0 \,,\, i_g = arg_i \min(F(\boldsymbol{x}_i^0)) \text{ untuk } i = 1, 2, \dots, n. \quad (10)$$

Tabel 8 menampilkan solusi-solusi terbaik sementara dari setiap konfigurasi.

Tabel 8. Solusi Terbaik Sementara

Konfigurasi	g_*	x_1	x_2	$f(x_1, x_2)$
1	$\boldsymbol{x}_{18}^0$	−1,0706	−1,9796	6,1155
2	$\boldsymbol{x}_5^0$	−0,0298	0,1451	4,0706
3	$\boldsymbol{x}_{24}^0$	−1,0883	2,9263	12,3008

4) Menjalankan proses iterasi

Proses iterasi ini berjalan sesuai dengan jumlah iterasi yang telah ditentukan. Dalam proses iterasi ini perhitungan dibagi menjadi dua berdasarkan teknik penyerbukan (global atau lokal). Sedangkan batas antara penyerbukan lokal dan global itu ada pada *probability switch*. Pada percobaan digunakan dua jumlah iterasi berbeda, pertama dengan jumlah 300 iterasi yang berdasarkan pada penelitian Karim, dkk. (2020). Berdasarkan penelitiannya menunjukkan bahwa dengan iterasi diperoleh hasil yang cukup baik. Percobaan kedua adalah dengan jumlah iterasi 1500. Dengan jumlah iterasi 1500 diharapkan mendapatkan hasil yang lebih baik. Setiap iterasi masing-masing dilakukan *running* sebanyak 10 kali. Untuk hasilnya ditampilkan pada bagian *logbook* hasil percobaan.

3.3 *Logbook* Hasil Percobaan *Flower Pollination Algorithm*

Beberapa percobaan yang dilakukan pada ketiga konfigurasi parameter pada *Flower Pollination Algorithm* dengan jumlah iterasi yang berbeda, hal itu dilakukan untuk menguji kekonsistenan hasil dari proses pencarian solusi.

3.3.1 Hasil konfigurasi satu

Berikut ini hasil yang didapatkan dari proses pencarian nilai minimum fungsi Rastrigin dua variabel dengan menggunakan *Flower Pollination Algorithm* pada konfigurasi kesatu.

Tabel 9. Hasil dari Konfigurasi Satu dengan Jumlah Iterasi 300

No	Lama Proses	x_1	x_2	$f(x_1, x_2)$
1	00:01.1	$0{,}0048$	$0{,}0016$	$0{,}0051$
2	00:01.0	$-0{,}0027$	$-0{,}0083$	$0{,}0151$
3	00:00.9	$-0{,}0033$	$-0{,}0003$	$0{,}0022$
4	00:00.5	$0{,}0063$	$-0{,}0093$	$0{,}0250$
5	00:01.3	$-0{,}0075$	$0{,}0035$	$0{,}0137$
6	00:00.4	$-0{,}0109$	$-0{,}0022$	$0{,}0246$
7	00:00.7	$-0{,}0026$	$-0{,}0083$	$0{,}0149$
8	00:00.6	$0{,}0033$	$-0{,}0034$	$0{,}0045$
9	00:00.4	$0{,}0079$	$-0{,}0040$	$0{,}0157$
10	00:00.5	$0{,}0141$	$0{,}0049$	$0{,}0440$

Tabel 10. Hasil dari Konfigurasi Satu dengan Jumlah Iterasi 1500

No	Lama Proses	x_1	x_2	$f(x_1, x_2)$
1	00:02.5	$-0{,}1454 \times 10^{-8}$	$0{,}0009 \times 10^{-8}$	$0{,}0211 \times 10^{-16}$
2	00:01.9	$0{,}4507 \times 10^{-10}$	$-0{,}2243 \times 10^{-10}$	$0{,}2534 \times 10^{-20}$
3	00:01.5	$-0{,}1370 \times 10^{-8}$	$-0{,}3341 \times 10^{-8}$	$0{,}1304 \times 10^{-16}$
4	00:01.6	$0{,}1419 \times 10^{-7}$	$0{,}0817 \times 10^{-7}$	5.3291×10^{-14}

5	00:01.6	$-0{,}0237 \times 10^{-8}$	$0{,}1011 \times 10^{-8}$	$0{,}0108 \times 10^{-16}$
6	00:01.7	$-0{,}3463 \times 10^{-8}$	$0{,}2937 \times 10^{-8}$	$3{,}5527 \times 10^{-15}$
7	00:01.6	$0{,}2667 \times 10^{-8}$	$0{,}3226 \times 10^{-8}$	$3{,}5527 \times 10^{-15}$
8	00:01.5	$0{,}1978 \times 10^{-6}$	$-0{,}0361 \times 10^{-6}$	$8{,}0256 \times 10^{-12}$
9	00:01.6	$0{,}1009 \times 10^{-8}$	$-0{,}2939 \times 10^{-8}$	$0{,}0966 \times 10^{-16}$
10	00:01.5	$0{,}6579 \times 10^{-8}$	$-0{,}8700 \times 10^{-8}$	$2{,}1316 \times 10^{-14}$

Pada konfigurasi satu, dari jumlah iterasi 300 dan 1500 dipilih hasil terbaik berdasarkan nilai x_1 dan x_2 yang paling meminimalkan fungsi Rastrigin dua variabel, dalam hal ini dipilih nilai $f(x_1, x_2)$ yang paling kecil.

Tabel 11. Hasil Terbaik pada Konfigurasi Satu

Jumlah Iterasi	Lama Proses	x_1	x_2	$f(x_1, x_2)$
300	00:00.9	$-0{,}0033$	$-0{,}0003$	$0{,}0022$
1500	00:01.9	$0{,}4507 \times 10^{-10}$	$-0{,}2243 \times 10^{-10}$	$0{,}2534 \times 10^{-20}$

Kesimpulan percobaan

- Jumlah iterasi yang lebih banyak, yaitu 1500 iterasi memberikan hasil nilai yang lebih minimum dibandingkan dengan jumlah iterasi sebanyak 300.
- Hasil dari konfigurasi pertama ini menunjukan kekonsistenan solusi minimum yang dihasilkan pada dua jumlah iterasi yang berbeda, dengan waktu yang relatif singkat dibawah tiga detik.
- Nilai yang paling optimal dari kedua jumlah iterasi adalah pada jumlah iterasi 1500 dengan nilai $x_1 = 0{,}4507 \times 10^{-10}$ dan $x_2 = -0{,}2243 \times 10^{-10}$, dengan $f(x_1, x_2) \approx 0{,}2534 \times 10^{-20}$.

3.3.2 Hasil konfigurasi dua

Berikut ini hasil yang didapatkan dari proses pencarian nilai minimum fungsi Rastrigin dua variabel dengan menggunakan *Flower Pollination Algorithm* pada konfigurasi kedua

Tabel 12. Hasil dari Konfigurasi Dua dengan Jumlah Iterasi 300

No	Lama Proses	x_1	x_2	$f(x_1, x_2)$
1	00:01.1	$-0{,}0737 \times 10^{-3}$	$-0{,}6057 \times 10^{-3}$	$7{,}3850 \times 10^{-5}$
2	00:01.1	$0{,}6804 \times 10^{-3}$	$-0{,}7692 \times 10^{-3}$	$2{,}0923 \times 10^{-4}$
3	00:00.9	$-0{,}5658 \times 10^{-3}$	$0{,}4496 \times 10^{-3}$	$1{,}0360 \times 10^{-4}$
4	00:00.9	$0{,}0785 \times 10^{-3}$	$-0{,}1101 \times 10^{-3}$	$3{,}6272 \times 10^{-6}$
5	00:00.8	$-0{,}1167 \times 10^{-3}$	$-0{,}3060 \times 10^{-3}$	$2{,}1279 \times 10^{-5}$
6	00:00.8	$-0{,}0029$	$-0{,}0020$	$0{,}0025$
7	00:00.8	$-0{,}1349 \times 10^{-3}$	$0{,}2701 \times 10^{-3}$	$1{,}8086 \times 10^{-5}$
8	00:00.7	$0{,}5520 \times 10^{-3}$	$-0{,}4087 \times 10^{-3}$	$9{,}3604 \times 10^{-5}$
9	00:00.6	$-0{,}0060$	0	$0{,}0072$
10	00:00.7	$-0{,}0035$	$0{,}0036$	$0{,}0050$

Tabel 13. Hasil dari Konfigurasi Dua dengan Jumlah Iterasi 1500

No	Lama Proses	x_1	x_2	$f(x_1, x_2)$
1	00:01.7	$-0{,}0629 \times 10^{-8}$	$0{,}1399 \times 10^{-8}$	$0{,}0235 \times 10^{-16}$
2	00:01.3	$0{,}0564 \times 10^{-8}$	$0{,}3361 \times 10^{-8}$	$0{,}1161 \times 10^{-16}$
3	00:01.5	$-0{,}7808 \times 10^{-9}$	$0{,}3729 \times 10^{-9}$	$0{,}7487 \times 10^{-18}$
4	00:01.5	$-0{,}1348 \times 10^{-8}$	$-0{,}1813 \times 10^{-8}$	$0{,}0510 \times 10^{-16}$
5	00:01.7	$0{,}0886 \times 10^{-8}$	$0{,}1721 \times 10^{-8}$	$0{,}0375 \times 10^{-16}$
6	00:01.4	$-0{,}1943 \times 10^{-8}$	$-0{,}0108 \times 10^{-8}$	$0{,}0379 \times 10^{-16}$
7	00:01.3	$-0{,}1435 \times 10^{-8}$	$0{,}1328 \times 10^{-8}$	$0{,}0382 \times 10^{-16}$
8	00:01.5	$-0{,}2297 \times 10^{-8}$	$-0{,}0278 \times 10^{-8}$	$0{,}0535 \times 10^{-16}$
9	00:01.6	$-0{,}0007 \times 10^{-8}$	$0{,}1170 \times 10^{-8}$	$0{,}0137 \times 10^{-16}$
10	00:01.3	$-0{,}8600 \times 10^{-9}$	$0{,}6902 \times 10^{-9}$	$1{,}2160 \times 10^{-18}$

Pada konfigurasi kedua, dari jumlah iterasi 300 dan 1500 dipilih hasil terbaik berdasarkan nilai x_1 dan x_2 yang paling meminimalkan fungsi Rastrigin dua variabel, dalam hal ini dipilih nilai $f(x_1, x_2)$ yang paling kecil.

Tabel 14. Hasil Terbaik pada Konfigurasi Dua

Jumlah Iterasi	Lama Proses	x_1	x_2	$f(x_1, x_2)$
300	00:00.9	$0{,}0785 \times 10^{-3}$	$-0{,}1101 \times 10^{-3}$	$3{,}6272 \times 10^{-6}$
1500	00:01.5	$-0{,}7808 \times 10^{-9}$	$0{,}3729 \times 10^{-9}$	$0{,}7487 \times 10^{-18}$

Kesimpulan percobaan :

- Jumlah iterasi yang lebih banyak, yaitu 1500 iterasi memberikan hasil nilai yang lebih minimum dibandingkan dengan jumlah iterasi 300.
- Hasil dari konfigurasi Kedua ini menunjukan kekonsistenan solusi minimum yang dihasilkan pada dua jumlah iterasi yang berbeda, dengan waktu yang relatif singkat dibawah dua detik.
- Nilai yang paling optimal dari kedua jumlah iterasi adalah pada jumlah iterasi 1500 dengan nilai $x_1 = -0{,}7808 \times 10^{-9}$ dan $x_2 = 0{,}3729 \times 10^{-9}$, dengan $f(x_1, x_2) \approx 0{,}7487 \times 10^{-18}$.

3.3.3 Hasil konfigurasi tiga

Berikut ini hasil yang didapatkan dari proses pencarian nilai minimum fungsi Rastrigin dua variabel dengan menggunakan *Flower Pollination Algorithm* pada konfigurasi ketiga.

Tabel 15. Hasil dari Konfigurasi Tiga dengan Jumlah Iterasi 300

No	Lama Proses	x_1	x_2	$f(x_1, x_2)$
1	00:01.4	$-0{,}0069$	$0{,}0135$	$0{,}0459$
2	00:01.5	$-0{,}0069$	$0{,}0135$	$0{,}0459$
3	00:01.0	$0{,}0234 \times 10^{-3}$	$0{,}1976 \times 10^{-3}$	$7{,}8534 \times 10^{-6}$
4	00:00.9	$-0{,}0035$	$0{,}0075$	$0{,}0136$
5	00:01.1	$-0{,}0050$	$-0{,}0005$	$0{,}0051$
6	00:00.7	$-0{,}0107$	$0{,}0102$	$0{,}0435$
7	00:01.0	$0{,}0020$	$0{,}0089$	$0{,}0164$
8	00:00.8	$0{,}0099$	$0{,}0015$	$0{,}0199$
9	00:00.9	$-0{,}0117$	$-0{,}0064$	$0{,}0351$
10	00:00.8	$0{,}0101$	$0{,}0169$	$0{,}0772$

Tabel 16. Hasil dari Konfigurasi Tiga dengan Jumlah Iterasi 1500

No	Lama Proses	x_1	x_2	$f(x_1, x_2)$
1	00:02.6	$-0{,}7195 \times 10^{-5}$	$-0{,}0365 \times 10^{-5}$	$1{,}0296 \times 10^{-8}$
2	00:01.5	$-0{,}0319 \times 10^{-5}$	$0{,}6872 \times 10^{-5}$	$9{,}3884 \times 10^{-9}$
3	00:01.9	$0{,}3741 \times 10^{-5}$	$0{,}4058 \times 10^{-5}$	$6{,}0445 \times 10^{-9}$
4	00:01.9	$0{,}0029 \times 10^{-5}$	$-0{,}1416 \times 10^{-5}$	$3{,}9770 \times 10^{-10}$
5	00:02.0	$0{,}0326 \times 10^{-5}$	$-0{,}1919 \times 10^{-5}$	$7{,}5157 \times 10^{-10}$
6	00:01.8	$0{,}0651 \times 10^{-6}$	$-0{,}8061 \times 10^{-6}$	$1{,}2975 \times 10^{-10}$
7	00:01.8	$0{,}2628 \times 10^{-6}$	$-0{,}1961 \times 10^{-6}$	$2{,}1323 \times 10^{-11}$
8	00:01.8	$-0{,}4673 \times 10^{-6}$	$-0{,}8431 \times 10^{-6}$	$1{,}8434 \times 10^{-10}$
9	00:01.8	$0{,}0220 \times 10^{-5}$	$-0{,}6321 \times 10^{-5}$	$7{,}9366 \times 10^{-9}$
10	00:01.7	$-0{,}4197 \times 10^{-5}$	$0{,}8425 \times 10^{-5}$	$1{,}7578 \times 10^{-8}$

Pada konfigurasi ketiga, dari jumlah iterasi 300 dan 1500 dipilih hasil terbaik berdasarkan nilai x_1 dan x_2 yang paling meminimalkan fungsi Rastrigin dua variabel, dalam hal ini dipilih nilai $f(x_1, x_2)$ yang paling kecil.

Tabel 17. Hasil Terbaik pada Konfigurasi Tiga

Jumlah Iterasi	Lama Proses	x_1	x_2	$f(x_1, x_2)$
300	00:01.0	$0{,}0234 \times 10^{-3}$	$0{,}1976 \times 10^{-3}$	$7{,}8534 \times 10^{-6}$
1500	00:01.8	$0{,}2628 \times 10^{-6}$	$-0{,}1961 \times 10^{-6}$	$2{,}1323 \times 10^{-11}$

Kesimpulan percobaan :

- Jumlah iterasi yang lebih banyak, yaitu 1500 iterasi memberikan hasil nilai yang lebih minimum dibandingkan dengan jumlah iterasi 300.
- Hasil dari konfigurasi Ketiga ini menunjukan kekonsistenan solusi minimum yang dihasilkan pada dua jumlah iterasi yang berbeda, dengan waktu yang relatif singkat dibawah tiga detik.
- Nilai yang paling optimal dari kedua jumlah iterasi adalah pada jumlah iterasi 1500 dengan nilai $x_1 = 0{,}2628 \times 10^{-6}$ dan $x_2 = -0{,}1961 \times 10^{-6}$, dengan $f(x_1, x_2) = 2{,}1323 \times 10^{-11}$.

4. KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan pembahasan diperoleh kesimpulan bahwa *flower pollination algorithm* dapat digunakan untuk memperoleh nilai minimum global dari fungsi Rastrigin dua variabel. Nilai minimum global terbaik dari fungsi Rastrigin dua variabel yang diperoleh dari jumlah iterasi 300 terdapat pada konfigurasi kedua, yaitu $x_1 = 0{,}0785 \times 10^{-3}$ dan $x_2 = -0{,}1101 \times 10^{-3}$dengan $f(x_1, x_2) = 3{,}6272 \times 10^{-6}$. Penggunaan jumlah iterasi 1500 dan konfigurasi pertama, berhasil memperoleh nilai paling minimum dibandingkan dengan hasil lainnya, yaitu $x_1 = 0{,}4507 \times 10^{-10}$ dan $x_2 = -0{,}2243 \times 10^{-10}$dengan $f(x_1, x_2) \approx 0{,}2534 \times 10^{-20}$.

Fungsi Rastrigin merupakan fungsi yang sangat efektif digunakan untuk menguji suatu algoritma, sehingga saran lebih lanjut dari penelitian ini adalah dapat dijadikan referensi untuk mengembangkan *flower pollination algorithm* dalam menyelesaikan berbagai macam permasalahan optimisasi.

DAFTAR PUSTAKA

Augusta, Y. A. dan Pramono, W. B., *Optimasi Penempatan Dan Kapasitas Multi DG Pada Sistem Distribusi Dengen Metode Flower Pollination Algorthm (FPA),* Prosiding Seminar Nasional Energi dan Tekonologi (SINERGI), 2018, 17-24.

Bozorg-Haddad, O., *Advanced Optimization by Nature-inspired Algorithms*, Vol. 720, Springer, Singapore, 2018.

Kalra, S. dan Arora, S., *Firefly Algorithm Hybridized with Flower Pollination Algorithm for Multimodal Functions*, Proceedings of the International Congress on Information and Communication Technology, Advances in Intelligent Systems and Computing, 2016, 207-219.

Karim, R., Sidarto, K. A., dan Bantun, S., *Optimasi Fungsi Multimodal Menggunakan Flower Pollination Algorithm dengan Teknik Clustering*. Techno.com, **19**(2) (2020), 124-134.

Mantegna, R. N., *Fast accurate algorithm for numerical simulation of Levy stable stochastic processes*, Physical Review E, **49**(5) (1994), 4677-4683.

Neydorf, R., Chernogorov, I., Yarakhmedov, V. P. O., dan Goncharova, Y., *Study of Search Optimization Opportunities of Heuristic Algorithms for Solving*

Multi-Extremal Problems, ADVCOMP 2016 : The Tenth International Conference on Advanced Engineering Computing and Applications in Sciences, **10** (2016), 48-51.

Yang, X. S., *Flower Pollination Algorithm for Global Optimization*, International conference on Unconventional Computation and Natural Computation, Springer, Berlin, Heidelberg, 2012, 240-249.