Jurnal Ilmiah Matematika dan Pendidikan Matematika (JMP)
Vol. 14 No. 1, Juni 2022, hal. 19-30
ISSN (Cetak) : 2085-1456; ISSN (*Online*) : 2550-0422

PENDEKATAN REGRESI *ROBUST* DENGAN FUNGSI PEMBOBOT *BISQUARE TUKEY* PADA ESTIMASI-*M* DAN ESTIMASI-*S*

Ana Nurbaroqah

Jurusan Matematika, Universitas Jenderal Soedirman
ana.nurbaroqah@mhs.unsoed.ac.id

Budi Pratikno*

Jurusan Matematika, Universitas Jenderal Soedirman
budi.pratikno@unsoed.ac.id

Supriyanto

Jurusan Matematika, Universitas Jenderal Soedirman
Supriyanto2505@unsoed.ac.id

ABSTRACT. *Least Square Method is one of methods for estimating of parameters of regression model. Model of least square methods is not valid if there are some disobeydiance in classical assumptions, for example, there are outliers. To resolve the problem, robust regression method is usually used. The method is used because it can detect the outliers and give stable results. In this research, data used is data for human development index of districts in Central Java from 2019 to 2020. Estimation for robust regression method chosen is estimation-M and estimation-s with Tukey Bisquare as a weight function. Criterions for choosing the best model are based on adjusted R-Squared value and mean square error (MSE). The result shows that robust regression model with estimation-M is a better model since it has adjusted R-Squared value tending to one and the least MSE.*

Keywords*: least square method, outliers, robust, estimation-M, estimation-S, bisquare tukey.*

ABSTRAK. Metode kuadrat terkecil (MKT) merupakan salah satu metode estimasi parameter model regresi. Model MKT tidak tepat jika terjadi pelanggaran dalam asumsi klasik, misalnya karena adanya data pencilan (*outlier*). Untuk mengatasi hal tersebut biasanya digunakan metode regresi *robust*. Metode ini dipilih karena dapat mendeteksi pencilan dan memberikan hasil yang stabil. Dalam penelitian ini, data yang digunakan adalah data Indeks Pembangunan Manusia (IPM) kabupaten/kota di Jawa Tengah tahun 2019-2020. Estimasi metode regresi *robust* yang dipilih adalah Estimasi-*M* dan Estimasi-*S* dengan fungsi pembobot *Bisquare Tukey*. Kriteria pemilihan model terbaik dilihat berdasarkan nilai *adjusted R-Squared* dan *mean square error* (*MSE*). Hasil riset menunjukkan metode regresi *robust* dengan Estimasi-*M* lebih baik digunakan, karena memiliki nilai *adjusted R-Squared* yang mendekati satu dan nilai *MSE* yang terkecil.

Kata kunci: metode kuadrat terkecil, pencilan, *robust*, estimasi-*M*, estimasi-*S*, *bisqaure tukey*.

---
*Penulis Korespondensi
Info Artikel : dikirim 28 Mar. 2022; direvisi 20 Mei. 2022; diterima 29 Jun. 2022.

1. PENDAHULUAN

Analisis regresi merupakan analisis statistik yang digunakan untuk menentukan model hubungan sebab akibat antara variabel prediktor dengan variabel respon. Menurut Mendenhall dan Sincich (2012: 90), regresi linier dibedakan berdasarkan pada jumlah prediktornya, yaitu regresi linier sederhana dan regresi linier berganda. Salah satu metode estimasi dalam model regresi adalah metode kuadrat terkecil (MKT). MKT dapat mengestimasi parameter dengan meminimumkan jumlah kuadrat residual model. Model MKT memerlukan beberapa asumsi klasik yang harus terpenuhi, seperti asumsi normalitas, multikolinearitas, heteroskedastisitas dan autokorelasi. Pelanggaran pada asumsi klasik menjadikan model MKT tidak tepat, salah satu penyebab pelanggaran tersebut adalah adanya data pencilan atau *outlier*.

Pencilan merupakan nilai ekstrim yang memiliki karakteristik unik dan berbeda dari observasi lainnya. Pencilan menyebabkan penggunaan MKT dalam mengestimasi parameter regresi kurang tepat. Untuk mengatasi hal tersebut maka digunakan metode regresi *robust*. Regresi *robust* adalah metode yang digunakan untuk menganalisis data ketika terdapat beberapa pencilan yang berpengaruh pada model. Menurut Romdi dkk. (2015), prosedur regresi *robust* dirancang untuk mengurangi pengaruh dari pencilan yang mempunyai pengaruh tinggi jika menggunakan MKT. Chen (2002) menyatakan bahwa metode yang digunakan untuk mengestimasi regresi *robust* antara lain adalah Estimasi-*M*, Estimasi-*S*, Estimasi-*MM*, Estimasi-*LMS*, dan Estimasi-*LTS*.

Estimasi-*M* merupakan estimasi yang sering digunakan untuk menganalisis regresi *robust* karena hasilnya lebih teliti (Pradewi dan Sudarno, 2012). Estimasi-*S* merupakan metode dengan nilai *breakdown point* sebesar 50% dan mempunyai efisiensi yang lebih tinggi dari Estimasi-*LTS* (Chen, 2002). Estimasi-*M* dan Estimasi-*S* diperoleh dengan proses iterasi hingga estimator yang diperoleh konvergen dan menghasilkan persamaan regresi dengan jumlah kuadrat galat terkecil. Penelitian ini membahas mengenai metode regresi *robust* dengan fungsi pembobot *Bisquare Tukey* pada Estimasi-*M* dan Estimasi-*S*. Kasus data yang digunakan adalah data IPM tiap kabupaten/kota di Jawa Tengah tahun 2019-

2020. Detail kajian *robust regression* banyak ditemukan pada Montgomery, dkk (2012), Mubyarjati, dkk (2019), dan Rousseeuw. & Yohai, (1984). Selanjutnya, tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui metode estimasi manakah yang paling baik untuk mengestimasi data yang memuat pencilan.

2. METODE PENELITIAN

2.1 Data dan Variabel Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Jawa Tengah. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data IPM tiap kabupaten/kota di Jawa Tengah tahun 2019-2020, dengan variabel prediktornya yaitu persentase penduduk miskin (PPM), pendapatan per kapita disesuaikan (PP), usia harapan hidup (UHH), rata-rata lama sekolah (RLS), angka partisipasi sekolah 16-18 tahun (APS), dan harapan lama sekolah (HLS). Berikut adalah keterangan dari variabel penelitian pada Tabel.1.

Tabel 1. Keterangan variabel penelitian

Variabel	Keterangan
IPM	Indeks Pembangunan Manusia (Y)
PPM	Persentase Penduduk Miskin (X_1)
PP	Pendapatan Perkapita Disesuaikan (X_2)
UHH	Usia Harapan Hidup (X_3)
RLS	Rata-rata Lama Sekolah (X_4)
APS	Angka Partisipasi Sekolah 16-18 tahun (X_5)
HLS	Harapan Lama Sekolah (X_6)

2.2 Prosedur Penelitian

Langkah-langkah analisis pada penelitian ini adalah:

1. Menentukan variabel respon dan variabel prediktor.
2. Estimasi parameter regresi dengan menggunakan MKT.
3. Melakukan uji hipotesis dan uji asumsi model regresi linier.
4. Melakukan pendeteksian pencilan dengan metode $DFFITS_I$.
5. Estimasi parameter regresi *robust* Estimasi-*M* dan Estimasi *S* menggunakan fungsi pembobot *Bisquare Tukey*.

6. Menghitung *MSE* dan pemilihan metode regresi *robust* terbaik untuk kasus data IPM berdasarkan kriteria *adjusted R-Squared* dan *MSE,* dengan simulasi data IPM
7. Software yang digunakan R 4.0.3

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Estimasi Parameter Model Regresi Linier Berganda

Salah satu estimasi untuk mencari nilai parameter pada regresi linier berganda adalah MKT. Hasil nilai estimasi paremeter MKT dengan bantuan *software R* 4.0.3 diperoleh sebagai berikut

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \hat{\beta}_3 \\ \hat{\beta}_4 \\ \hat{\beta}_5 \\ \hat{\beta}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7{,}939 \\ -0{,}01019 \\ 0{,}0008871 \\ 0{,}4330 \\ 1{,}303 \\ 0{,}007866 \\ 0{,}8999 \end{bmatrix}$$

sehingga model regresi linier berganda yang terbentuk dari model MKT adalah

$$\hat{Y} = 7{,}939 - 0{,}01019\, PPM + 0{,}0008871\, PP + 0{,}4330\, UHH + 1{,}303\, RLS + 0{,}007866\, APS + 0{,}8999\, HLS \quad (1)$$

Model MKT menghasilkan nilai *relative standard error* (*RSE)* sebesar 0,1607 dan *MSE* sebesar 0,02332597. Sedangkan, nilai *adjusted R-squared* diperoleh sebesar 0,9986 yang berarti bahwa 99,86% variabel respon dijelaskan oleh variabel prediktor yang masuk model dan 0,14% dijelaskan oleh variabel lain yang tidak masuk model.

3.2 Uji Asumsi Klasik

3.2.1 Uji Normalitas

Uji normalitas dapat dilihat dengan menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov. Langkah pengujiannya adalah sebagai berikut:

1. Hipotesis

   H_0: residual berdistribusi normal

H_1: residual tidak berdistribusi normal

2. Taraf signifikansi

   $\alpha = 0{,}05$

3. Kriteria uji

   Jika $KS < KS_{tabel}$ atau $p - value > \alpha$ maka gagal tolak H_0

4. Kesimpulan

   Berdasarkan *output* dari *software* R 4.0.3, nilai $p - value(5{,}947 \times 10^{-11}) < \alpha(0{,}05)$ maka dapat disimpulkan untuk tolak H_0, yang berarti bahwa residual tidak memenuhi asumsi distribusi normal.

3.2.2 Uji Heteroskedastisitas

Uji heteroskedastisitas dapat dilihat dengan menggunakan uji Glejser. Langkah pengujiannya adalah sebagai berikut:

1. Hipotesis

   H_0: tidak terdapat heteroskedastisitas

   H_1: terdapat heteroskedastisitas

2. Taraf signifikansi

   $\alpha = 0{,}05$

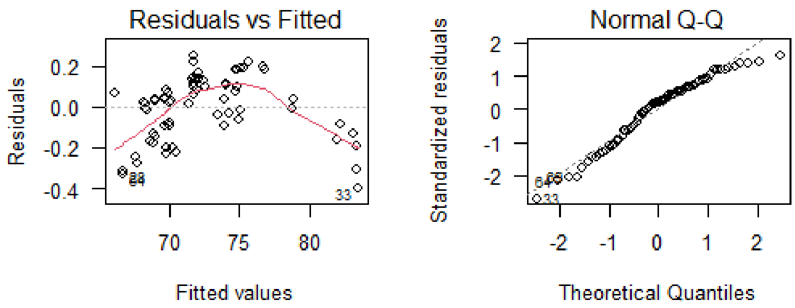
3. Kriteria uji

   $p - value > \alpha$ maka gagal tolak H_0

4. Kesimpulan

   Berdasarkan *output* dari *sofware* R 4.0.3, nilai $p - value(0{,}00543) < \alpha(0{,}05)$ maka disimpulkan untuk tolak H_0, yang berarti bahwa terjadi masalah heteroskedastisitas pada model regresi.

Berdasarkan pengujian asumsi klasik, diperoleh kesimpulan bahwa terdapat dua asumsi klasik yang dilanggar, yaitu asumsi normalitas dan heteroskedastisitas. Pelanggaran asumsi tersebut juga dapat dilihat dari *plot* residual berikut.



(a) (b)

Gambar 3.2 (a) *Plot residuals* vs *fitted* (b) *Plot* Normal Q-Q

Berdasarkan Gambar 3.2, *plot residuals* vs *fitted* terlihat cenderung membentuk pola corong dan tidak menyebar secara acak. Hal ini mengidentifikasikan terjadinya masalah heteroskedastisitas pada model. Selanjutnya, pada *plot* Normal Q-Q menunjukkan adanya observasi yang dinilai sebagai pencilan sehingga mengidentifikasikan terlanggarnya distribusi normal pada residual. Karena terdapat asumsi klasik yang dilanggar, berarti diperlukan pendeteksian pencilan untuk mengatasi apakah pelanggaran asumsi disebabkan oleh pencilan atau bukan.

3.3 Identifikasi Pencilan

Pelanggaran yang terjadi pada uji asumsi klasik yang dijelaskan pada pembahasan sebelumnya kemungkinan dipengaruhi oleh adanya pencilan. Meskipun model menghasilkan nilai *adjusted R-squared* yang tinggi, tetapi tetap dinilai kurang baik karena terdapat pelanggaran asumsi klasik. Oleh karena itu perlu dilakukan pengecekan pencilan yang diduga merupakan penyebab dari terjadinya pelanggaran asumsi klasik.

Untuk mengidentifikasi pencilan dapat menggunakan metode *DFFITS*. Pengamatan dapat dikatakan pencilan jika nilai $|DFFITS| > 2\sqrt{\frac{k+1}{n}} = 2\sqrt{\frac{6+1}{72}} = 0{,}6236$. Data yang nilai *DFFITS*-nya termasuk dalam pencilan dapat dilihat pada Tabel 2 berikut.

Tabel 2. Nilai *DFFITS*

Pengamatan ke	IPM	PPM	PP	UHH	RLS	APS	HLS	|*DFFITS*|
28	66,32	15,41	8546	73,22	6,41	59,14	11,94	0,6318
33	83,12	4,76	15944	77,22	10,41	85,64	15,34	1,2184
34	83,19	3,94	15550	77,25	10,52	72,87	15,51	0,7246
64	66,32	16,02	8461	73,40	6,42	59,10	11,95	0,7478
69	83,14	4,94	15699	77,40	10,42	84,78	15,42	0,8879

Berdasarkan Tabel 2, terlihat bahwa ada beberapa data yang nilai *DFFITS*-nya lebih besar dari 0,6236. Hal ini menunjukkan bahwa terdapat pencilan pada data. Data yang termasuk pencilan yaitu data ke-28, ke-33, ke-34, ke-64, dan ke-69. Pencilan tersebut masih terlihat linier dalam original plotnya, namun terdapat asumsi yang dilanggar, maka perlu dilakukan analisis pendekatan dengan metode lain yaitu pemodelan menggunakan regresi *robust*.

3.4 Regresi *Robust*

3.4.1 Estimasi Model Regresi *Robust* Estimasi-*M*

Estimasi-*M* merupakan estimasi tipe *maximum likelihood* yang memenuhi sifat estimator tak bias dan memiliki variansi minimum dalam estimator. Hasil nilai estimasi paremeter menggunakan Estimasi-*M* dengan bantuan *software R* 4.0.3 diperoleh sebagai berikut

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{M}} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \hat{\beta}_3 \\ \hat{\beta}_4 \\ \hat{\beta}_5 \\ \hat{\beta}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7{,}5940 \\ -0{,}0097 \\ 0{,}0009 \\ 0{,}4351 \\ 1{,}2903 \\ 0{,}0072 \\ 0{,}9239 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan hasil estimasi parameter menggunakan Estimasi-*M*, diperoleh model regresi yang terbentuk dari nilai parameternya adalah

$$\hat{Y} = 7{,}5940 - 0{,}0097\, PPM + 0{,}0009\, PP + 0{,}4351\, UHH + 1{,}2903\, RLS + 0{,}0072\, APS + 0{,}9239\, HLS \tag{2}$$

Persamaan (2) menunjukkan bahwa untuk peningkatan variabel PP, UHH, RLS, APS dan HLS akan meningkatkan IPM masing-masing sebesar 0,0009; 0,4351;

1,2903; 0,0072 dan 0,9239. Peningkatan variabel PPM akan mengakibatkan penurunan IPM sebesar 0,0097. Model regresi dengan Estimasi-*M* menghasilkan nilai *RSE* sebesar 0,1552 dan *MSE* sebesar 0,02359075. Selain itu, diperoleh nilai *adjusted R-squared* sebesar 0,9986 yang berarti bahwa 99,86% variabel respon dijelaskan oleh variabel prediktor yang masuk model dan sisanya dijelaskan oleh variabel lain yang tidak masuk model. Selanjutnya akan dilakukan uji hipotesis yaitu uji *t*, dengan kriteria ujinya jika nilai $|t_{hit}| > t_{table}$ maka dapat disimpulkan untuk tolak H_0. Nilai t_{table} yang diperoleh berdasarkan *output* sebesar 1,997138. Hasil uji *t* yang diperoleh dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3. Hasil Uji *t* dengan Estimasi-*M*

variabel	Koefisien	*t hit*	Kesimpulan
PPM	-0,0097	-1,1683	Tidak Signifikan
PP	0,0009	41,9523	Signifikan
UHH	0,4351	21,8869	Signifikan
RLS	1,2903	25,4604	Signifikan
APS	0,0072	1,9889	Tidak Signifikan
HLS	0,9239	15,8008	Signifikan

Kesimpulan yang diperoleh berdasarkan Tabel 3 yaitu variabel PP, UHH, RLS dan HLS memberikan pengaruh signifikan terhadap IPM, sedangkan variabel PPM dan APS tidak memberikan pengaruh signifikan terhadap IPM.

3.4.2 Estimasi Model Regresi *Robust* Estimasi-*S*

Estimasi-*S* merupakan metode yang meminimumkan penaksir skala *robust* dari residual Estimasi-*M*. Hasil nilai estimasi paremeter menggunakan Estimasi-*S* dengan bantuan *software R* 4.0.3 diperoleh sebagai berikut

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_S = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \\ \beta_5 \\ \beta_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,306 \\ 0,01038 \\ 0,0009208 \\ 0,4723 \\ 1,200 \\ -0,01401 \\ 1,335 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan hasil estimasi parameter menggunakan Estimasi-*S*, diperoleh model regresi yang terbentuk dari nilai parameternya adalah

$$\hat{Y} = 1{,}306 + 0{,}01038\, PPM + 0{,}0009208\, PP + 0{,}4723\, UHH + 1{,}200\, RLS - 0{,}01401\, APS + 1{,}335\, HLS \quad (3)$$

Persamaan (3) menunjukkan bahwa untuk peningkatan variabel PPM, PP, UHH, RLS dan HLS masing-masing akan meningkatkan IPM sebesar 0,01038; 0,0009208; 0,4723; 1,200 dan 1,335. Peningkatan variabel APS akan mengakibatkan penurunan IPM sebesar 0,01401. Model regresi dengan Estimasi-*S* menghasilkan nilai *RSE* sebesar 0,06022 dan *MSE* sebesar 0,1054108. Selain itu, diperoleh nilai *adjusted R-squared* sebesar 0,999 yang berarti bahwa 99,9% variabel respon dijelaskan oleh variabel prediktor yang masuk dalam model dan sisanya dijelaskan oleh variabel lain yang tidak masuk model. Selanjutnya akan dilakukan uji hipotesis yaitu adalah uji *t*, dengan kriteria ujinya jika nilai $|t_{hit}| > t_{table}$ maka dapat disimpulkan untuk tolak H_0. Nilai t_{table} yang diperoleh berdasarkan *output* sebesar 1,997138. Hasil uji *t* yang diperoleh dapat dilihat pada Tabel 4 berikut.

Tabel 4. Hasil Uji *t* dengan Estimasi-*S*

Variabel	Koefisien	*t hit*	Kesimpulan
PPM	0,01038	3,545	Signifikan
PP	0,000920	123,785	Signifikan
UHH	0,4723	68,095	Signifikan
RLS	1,200	70,031	Signifikan
APS	-0,01401	-8,060	Signifikan
HLS	1,335	45,235	Signifikan

Kesimpulan yang diperoleh berdasarkan Tabel 4 yaitu menunjukkan bahwa semua variabel prediktor memberikan pengaruh yang signifikan terhadap variabel respon IPM.

3.5 Pemilihan Model Terbaik

Kriteria yang dipakai untuk menentukan model terbaik regresi *robust* adalah menggunakan nilai *adjusted R-Squared* dan *MSE*. Hasil nilai *adjusted R-Squared* dan *MSE* pada Estimasi-*M* dan Estimasi-*S* dengan fungsi pembobot *Bisquare Tukey* disajikan pada Tabel 5 berikut.

Tabel 5. Hasil Kriteria Model Berdasarkan Nilai *Adjusted R-Squared* dan *MSE*

Pembanding	Estimasi-*M*	Estimasi-*S*
Adjusted R-Squared	0,9986	0,999
MSE	0,02359075	0,1054108

Berdasarkan Tabel 5, dapat dikatakan bahwa estimasi yang paling baik untuk memodelkan kasus data IPM adalah model Estimasi-*M* dengan nilai *adjusted R-Squared* yang diperoleh sebesar 0,9986 dan *MSE* sebesar 0,02359075. Hal tersebut dikarenakan model regresi *robust* Estimasi-*M* mampu menghasilkan nilai kesalahan pemodelan yang dideskripsikan melalui nilai *MSE* lebih kecil dari regresi *robust* Estimasi-*S* dan nilai *adjusted R-Squared* yang diperoleh mendekati 1, artinya sebagian variabel IPM dapat dijelaskan oleh model regresi.

Selanjutnya, pemilihan model regresi terbaik berdasarkan model MKT dan model terbaik regresi *robust* yaitu Estimasi-*M*. Untuk kriteria pemilihan model terbaiknya yaitu menggunakan nilai *adjusted R-Squared* dan *MSE*, dengan hasil yang diperoleh disajikan pada Tabel 6 berikut.

Tabel 6. Hasil Kriteria Model MKT dengan Model Estimasi-*M*

Pembanding	MKT	Estimasi-*M*
Adjusted R-Squared	0,9986	0,9986
MSE	0,02332597	0,02359075

Berdasarkan Tabel 6, untuk kriteria pemilihan model terbaik diperoleh nilai pembanding yang sama yaitu untuk nilai *adjusted R-Squared* sebesar 0,9986 dan *MSE* sebesar 0,2359075. Tetapi untuk model yang dihasilkan oleh MKT pada persamaan (1) terdapat dua asumsi yang dilanggar, yaitu uji normalitas dan uji heteroskedastisitas. Terlanggarnya dua asumsi tersebut menunjukkan adanya pencilan pada model. Dengan demikian, Estimasi-*M* merupakan metode yang paling baik digunakan untuk mengestimasi data IPM.

Pada metode regresi *robust*, model yang dihasilkan dengan Estimasi-*M* terdapat pada persamaan (4) yaitu sebagai berikut

$$\hat{Y} = 7{,}5940 - 0{,}0097\, PPM + 0{,}0009\, PP + 0{,}4351\, UHH + 1{,}2903\, RLS + 0{,}0072\, APS + 0{,}9239\, HLS \tag{4}$$

Model regresi *robust* Estimasi-*M* mempunyai nilai *MSE* sebesar 0,02359075 dan *adjusted R-Squared* sebesar 0,9986 yang berarti bahwa 99,86% variabel respon dijelaskan oleh variabel prediktor yang masuk model dan sisanya dijelaskan oleh variabel lain yang tidak masuk model. Model regresi tersebut dapat di interpretasikan bahwa apabila persentase penduduk miskin (PPM) di Jawa Tengah mengalami peningkatan sebesar satu satuan, maka IPM di Jawa Tengah akan menurun sebesar 0,0097. Apabila pendapatan perkapita disesuaikan (PP) di Jawa Tengah mengalami kenaikan sebesar satu satuan, maka IPM di Jawa Tengah akan meningkat sebesar 0,0009. Apabila usia harapan hidup (UHH) di Jawa Tengah mengalami kenaikan sebesar satu satuan, maka IPM di Jawa Tengah akan meningkat sebesar 0,4351. Apabila rata-rata lama sekolah (RLS) di Jawa Tengah mengalami kenaikan sebesar satu satuan, maka IPM di Jawa Tengah akan meningkat sebesar 1,2903. Apabila angka partisipasi sekolah umur 16-18 tahun (APS) di Jawa Tengah mengalami kenaikan sebesar satu satuan, maka IPM di Jawa Tengah akan meningkat sebesar 0,0072. Apabila harapan lama sekolah (HLS) di Jawa Tengah mengalami kenaikan sebesar satu satuan, maka IPM di Jawa Tengah akan meningkat sebesar 0,9239.

4. KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil penelitian diperoleh kesimpulan bahwa model regresi *robust* Estimasi-*M* menggunakan fungsi pembobot *Bisquare Tukey* adalah

$$\hat{Y} = 7{,}5940 - 0{,}0097\,PPM + 0{,}0009\,PP + 0{,}4351\,UHH + 1{,}2903\,RLS + 0{,}0072\,APS + 0{,}9239\,HLS$$

dengan nilai *adjusted R-Squared* yang diperoleh sebesar 0,9986 dan nilai *MSE* sebesar 0,02359075. Selanjutnya, model regresi *robust* Estimasi-*S* menggunakan fungsi pembobot *Bisquare Tukey* adalah

$$\hat{Y} = 1{,}306 + 0{,}01038\,PPM + 0{,}0009208\,PP + 0{,}4723\,UHH + 1{,}200\,RLS - 0{,}01401\,APS + 1{,}335\,HLS$$

dengan nilai *adjusted R-Squared* yang diperoleh sebesar 0,999 dan nilai *MSE* sebesar 0,1054108. Berdasarkan nilai *adjusted R-Squared* dan *MSE* yang diperoleh, dapat dikatakan bahwa model regresi *robust* Estimasi-*M* menggunakan fungsi pembobot *Bisquare Tukey* lebih baik digunakan untuk mengestimasi data IPM dibandingkan Estimasi-*S*, karena memiliki nilai *adjusted R-Sqaured* mendekati 1 dan nila *MSE* yang terkecil.

DAFTAR PUSTAKA

Badan Pusat Statistik, *Publikasi Badan Pusat Statistik Provinsi Jawa Tengah*, 2020.

Chen, C., *Statistics and Data Analysis. Robust Regression and Outlier Detection with the ROBUSTREG procedure*, 265-27, SAS Institute., Inc Cary, NC:IML Robust Regression, 2002.

Mendenhall, W. dan Sincich, T., *Regression Analysis*, 7th Edition, Pearson Education, Inc., Florida, 2012.

Pradewi, E. D. dan Sudarno, *Kajian Estimasi-M IRLS Menggunakan Fungsi Pembobot Huber dan Bisquare Tukey pada Data Ketahanan Pangan di Jawa Tengah*, Media Statistika, **5**(1) (2012), 1-10.

Romdi, Wahyuningsih, S. dan Yuniarti, D., *Regresi Robust Linier Sederhana dengan Menggunakan Estimasi MM (Method of Momen)*, Jurnal Exsponensial, **6**(2) (2015).

Montgomery, D. C., Peck, E. A., dan Vining, G. G. 2012, *Introduction to Linear Regression Analysis*, 5th Edition, John Wiley & Sons, Inc., New York, 2012.

Mubyarjati, D. K., Hoyyi, A., dan Yasin, H., *Pemodelan Regresi Robust S-Estimator untuk Penanganan Pencilan Menggunakan GUI Matlab*, Jurnal Gaussian, **8**(1) (2019), 81-92.

Rousseeuw, P. J. dan Yohai, V. J., *Robust Regression by Means of S-Estimators, Robust and Nonlinear Time Series*, eds. J.Franke, W.Hardle & D. Martin. *Lecture Notes in Statistics*, 26:256-272, Spring-Verlag, Berlin, 1984.