

KAJIAN PEMODELAN DERET WAKTU: METODE VARIASI KALENDER YANG DIPENGARUHI OLEH EFEK VARIASI LIBURAN

Winda Triyani

Universitas Jenderal Soedirman
winda.triyani@gmail.com

Rina Reorita

Universitas Jenderal Soedirman
reo.rina@yahoo.com

ABSTRACT. *Calendar variation method is a technique that combines ARIMA modeling and regression modeling. Calendar variation is a cyclical pattern with varying periods due to the different calendar date position for each year. There are two types of calendar variation, trading day variation and holiday variation. In this research, modeling of time series with holiday variation was studied and modification of the modeling was developed for the case of holiday effect due to Eid's day occur. The case study was conducted to the data of train passenger number at DAOP V Purwokerto. It was found that the last model for the underlying data was the regression model with the residual following seasonal ARIMA (1,1,1)(0,0,1)¹² without constant parameter.*

Keyword : *time series, calendar variation, holiday variation, regression, ARIMA*

ABSTRAK. *Metode variasi kalender merupakan teknik pemodelan yang mengkombinasikan model ARIMA dan model regresi. Variasi kalender merupakan pola berulang dengan panjang periode yang bervariasi akibat pengaruh penanggalan kalender yang berbeda-beda setiap tahunnya. Variasi kalender terdiri dari dua jenis yaitu variasi perdagangan dan variasi liburan. Pada penelitian ini, pemodelan deret waktu dengan variasi kalender yang dipengaruhi efek variasi liburan dipelajari dan dimodifikasi khususnya untuk efek liburan akibat hari Lebaran. Studi kasus pemodelan pada data jumlah penumpang kereta api DAOP V Purwokerto. Model variasi kalender yang diperoleh untuk data jumlah penumpang kereta api adalah model regresi dengan sisaan regresi yang berupa model musiman ARIMA (1,1,1)(0,0,1)¹² tanpa parameter konstanta.*

Kata kunci : *deret waktu, variasi kalender, variasi liburan, regresi, ARIMA*

1. PENDAHULUAN

Banyak kegiatan ekonomi yang bergantung pada jumlah masing-masing hari tiap bulannya. Karena jumlah masing-masing hari berbeda-beda dari bulan ke bulan dan tahun ke tahun, maka deret waktu tersebut dapat dipengaruhi efek variasi kalender. Efek variasi yang disebabkan oleh banyaknya hari perdagangan

tiap bulannya dinamakan efek variasi hari perdagangan (*trading day variation*). Selain variasi akibat perbedaan banyaknya hari perdagangan, beberapa hari libur yang waktunya dapat beragam mengikuti sistem kalender bulan juga mempengaruhi kegiatan ekonomi. Efek kalender demikian disebut efek variasi liburan atau *holiday variation* (Bell dan Hilmer, 1983).

Analisis deret waktu yang memiliki pola variasi kalender memerlukan penanganan khusus. Hal ini dikarenakan analisis deret waktu yang umum digunakan menganggap bahwa setiap hari adalah sama tidak bergantung pada penanggalan kalender. Apabila analisis ini dilakukan pada data yang dipengaruhi variasi kalender maka hasil yang diperoleh menjadi kurang tepat. Beberapa penelitian mengenai analisis deret waktu yang mengandung efek variasi kalender telah dilakukan diantaranya Liu (1986) serta Bell dan Hilmer (1983).

Indonesia sebagai negara yang mayoritas beragama Islam, menggunakan kalender Hijriyah untuk menentukan hari besar agama seperti hari raya Idul Fitri (Lebaran). Variasi kalender yang disebabkan hari besar ini merupakan satu contoh efek variasi liburan. Libur Lebaran mempunyai keunikan tersendiri. Pada libur biasa, umumnya efek liburan terjadi sebelum hari libur tersebut terjadi. Namun, pada libur Lebaran efek liburan terjadi sekitar tujuh hari sebelum dan tujuh hari setelah hari Lebaran. Karena itu, pembentukan model deret waktu dengan metode variasi kalender yang mengandung efek variasi liburan, khususnya karena hari Lebaran merupakan suatu hal yang menarik untuk dikaji.

Tujuan dari penelitian ini adalah mengkaji pemodelan deret waktu metode variasi kalender dengan memasukkan efek variasi liburan akibat hari Lebaran. Hasil ini diharapkan dapat dijadikan acuan dasar untuk mempelajari metode variasi kalender lebih lanjut, misalnya dengan menambahkan efek variasi hari perdagangan dan efek variasi liburan pada model variasi kalender.

2. METODE PENELITIAN

Pemodelan diawali dengan menentukan variabel yang mewakili variasi kalender dan melakukan pemodelan regresi, menaksir serta menguji parameternya. Kemudian dilanjutkan dengan mengidentifikasi keberadaan sifat

white noise pada sisaan regresi, jika belum *white noise* dilanjutkan ke pemodelan ARIMA. Tahap selanjutnya menaksir parameter model variasi kalender yaitu gabungan model regresi dan ARIMA, kemudian menguji kesignifikannya. Tahap akhir dilakukan dengan memeriksa kesesuaian model dengan asumsi pada sisaan. Pada penelitian ini data yang digunakan yaitu jumlah penumpang kereta api DAOP V Purwokerto dari Januari 2006 sampai Desember 2010.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Bentuk Dasar Model Variasi Kalender

Menurut Bell dan Hilmer (1983), deret waktu Z_t yang mengandung variasi kalender dapat dinyatakan sebagai

$$Z_t = f(\mathbf{X}_t; \xi) + N_t \quad (1)$$

dengan $f(\mathbf{X}_t; \xi)$ adalah fungsi dari vektor parameter ξ dan vektor \mathbf{X}_t yang terdiri dari variabel-variabel bebas yang diamati saat t , sedangkan N_t merupakan proses stokastik yang disebut gangguan atau *noise*. Jika N_t bukan *white noise*, maka N_t belum tentu stasioner dan dapat dipandang sebagai model ARIMA (p, d, q) yaitu

$$\begin{aligned} \phi_p(B)(1-B)^d N_t &= \theta_q(B)a_t \\ N_t &= \frac{\theta_q(B)a_t}{\phi_p(B)(1-B)^d} \end{aligned} \quad (2)$$

dengan B merupakan operator mundur ($B^k N_t = N_{t-k}$), $\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p$, $\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q$, $(1-B)^d$ merupakan operator diferensi dan a_t merupakan barisan variabel acak IID dengan rata-rata 0 dan variansi σ^2 .

3.2 Fungsi Efek Variasi Liburan

Pada persamaan (1), fungsi $f(\mathbf{X}_t; \xi)$ dapat dianggap sebagai model regresi yang memuat efek variasi kalender. Apabila efek yang berpengaruh terhadap

variasi kalender hanya efek liburan, maka fungsi $f(\mathbf{X}_t; \xi)$ disebut fungsi efek variasi liburan, dinotasikan dengan L_t , sehingga model variasi kalender pada persamaan (1) dapat dinyatakan sebagai

$$Z_t = L_t + N_t. \quad (3)$$

Pada penelitian ini akan dibahas cara mengkonstruksi fungsi efek variasi liburan L_t akibat hari Lebaran untuk dua kasus. Pertama, jika efek Lebaran hanya terjadi selama 7 hari sebelum hari Lebaran dan kedua jika efek Lebaran terjadi selama 7 hari sebelum dan 7 hari setelah hari Lebaran.

3.2.1 Fungsi Efek Variasi Liburan Sebelum Hari Lebaran

Penentuan fungsi efek variasi liburan sebelum hari Lebaran dapat diadaptasi dari Bell dan Hilmer (1983) yang membahas efek variasi liburan pada hari libur Paskah. Pada model ini diasumsikan satuan waktu dari deret waktu adalah bulan. Misal τ menyatakan banyaknya hari sebelum hari Lebaran dan $\tilde{\alpha}_i$ menyatakan efek liburan pada hari ke- i sebelum hari Lebaran. Jika $\tilde{\alpha}_i$ diasumsikan sama untuk hari ke- $i = 1, 2, \dots, \tau$ dan didefinisikan 0 untuk lainnya maka total efek libur Lebaran dapat ditulis

$$\omega = \tilde{\alpha}_1 + \dots + \tilde{\alpha}_\tau = \tilde{\alpha}\tau. \quad (4)$$

Fungsi efek variasi liburan pada bulan ke- t dapat dinyatakan sebagai

$$L_t = \omega H(\tau, t) \quad (5)$$

dengan $H(\tau, t)$ menyatakan proporsi periode waktu τ hari sebelum hari Lebaran pada bulan t , atau

$$H(\tau, t) = \frac{1}{\tau} \sum_{i=1}^{\tau} h(i, t) \quad (6)$$

dan $h(i, t)$ merupakan fungsi indikator yang bernilai 1 ketika hari ke- i sebelum hari libur jatuh pada bulan t dan bernilai 0 untuk lainnya.

3.2.2 Fungsi Efek Variasi Liburan Sebelum dan Setelah Hari Lebaran

Pada bagian ini fungsi efek variasi liburan akan dimodifikasi dengan menambahkan efek hari setelah hari Lebaran. Misalkan τ^- menyatakan

banyaknya hari sebelum hari Lebaran dan τ^+ menyatakan banyaknya hari setelah hari Lebaran. Pola untuk efek liburan $\tilde{\alpha}_i$ didefinisikan sebagai

$$\tilde{\alpha}_i = \begin{cases} \tilde{\alpha}, & i = 1^-, 2^-, \dots, \tau^- \text{ dan } i = 1^+, 2^+, \dots, \tau^+ \\ 0, & \text{lainnya,} \end{cases}$$

maka total efek selama τ^- hari sebelum hari Lebaran dan τ^+ hari setelah hari Lebaran dapat dituliskan sebagai

$$\omega = \tilde{\alpha}(\tau^- + \tau^+). \quad (7)$$

Fungsi efek variasi liburan saat t dapat dituliskan sebagai

$$L_t = \omega H(\tau^-, \tau^+; t) \quad (8)$$

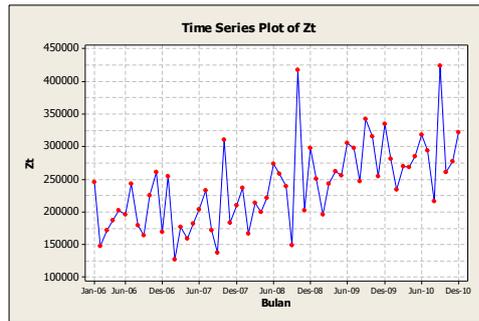
dengan $H(\tau^-, \tau^+; t)$ menyatakan proporsi periode waktu τ^- hari sebelum dan τ^+ hari setelah hari Lebaran pada bulan t , yang dapat dinyatakan sebagai

$$H(\tau^-, \tau^+; t) = \frac{1}{\tau^- + \tau^+} \left[\sum_{i=1}^{\tau^-} h(i, t) + \sum_{i=1}^{\tau^+} h(i, t) \right]. \quad (9)$$

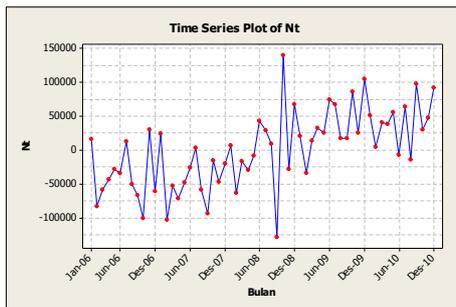
3.3 Contoh Aplikasi Pemodelan

Berikut contoh pemodelan metode variasi kalender dengan memasukkan efek variasi liburan akibat hari Lebaran pada data jumlah penumpang kereta api DAOP V Purwokerto. Berdasarkan Gambar 1 terlihat bahwa pada bulan-bulan yang bertepatan dengan libur Lebaran terjadi peningkatan jumlah penumpang yang cukup tinggi dibanding dengan bulan-bulan yang lain. Lonjakan penumpang pada bulan terjadinya Lebaran terjadi karena adanya budaya mudik yang dilakukan oleh masyarakat selama periode libur Lebaran. Oleh karena itu, cukup beralasan jika data jumlah penumpang kereta api dimodelkan dengan metode variasi kalender dengan efek libur Lebaran yang berpengaruh diasumsikan terjadi pada 7 hari sebelum dan 7 hari sesudah hari Lebaran. Model regresi yang terbentuk adalah

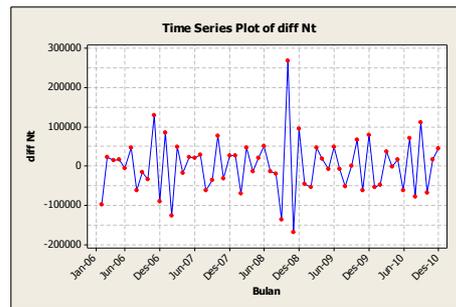
$$Z_t = 230180 + 95082H(7^-, 7^+; t) + N_t$$



Gambar 1. Time Series Plot Jumlah Penumpang Kereta Api

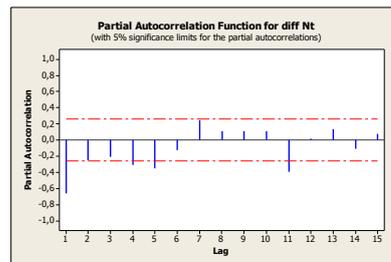
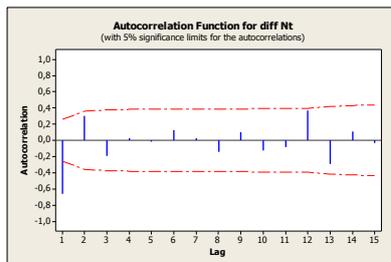


Gambar 2. Plot Deret Waktu N_t



Gambar 3. Plot Hasil Diferensi N_t

Selanjutnya yaitu pengujian asumsi sisaan regresi N_t . Ketidakstasioneran pada N_t dapat diatasi dengan proses diferensi. Berdasarkan plot hasil diferensi N_t pada Gambar 3, maka N_t dapat dikatakan telah stasioner. Langkah selanjutnya yaitu mengidentifikasi plot FAK dan FAKP untuk menentukan orde dari AR dan MA.



Gambar 4. Plot FAK dan FAKP Hasil Diferensi N_t

Berdasarkan Gambar 4, model dugaannya yaitu:

a. Model Gabungan ARIMA (1,1,0) dan $H(7^-, 7^+; t)$

Pada Tabel 1, parameter ω_0 menunjukkan tidak signifikan karena $p\text{-value} > \alpha = 0,05$. Oleh karena itu, parameter konstanta perlu dikeluarkan dari model sehingga model dugaan berubah menjadi gabungan ARIMA (1,1,0), tanpa konstanta dan $H(7^-, 7^+; t)$. Hasil penaksiran Tabel 2 menunjukkan semua parameter telah signifikan karena $p\text{-value} < \alpha = 0,05$. Langkah selanjutnya yaitu pengujian asumsi sisaan dari model variasi kalender. Berdasarkan Tabel 3 diperoleh $p\text{-value}$ untuk lag 6, 12, 18, dan 24 kurang dari $\alpha = 0,05$, maka sisaan tidak *white noise*, sehingga model dugaan tidak dapat digunakan.

Tabel 1. Hasil Taksiran Parameter Model Gabungan ARIMA (1,1,0) dan $H(7^-, 7^+; t)$

Parameter	Taksiran	t_{hitung}	$p\text{-value}$
ω_0	-7160,7	-1,47	0,1460
ω_1	100044,5	4,23	< 0,0001
ϕ_1	-0,64419	-6,24	< 0,0001

Tabel 2. Hasil Taksiran Parameter Model Gabungan ARIMA (1,1,0), Tanpa Konstanta dan $H(7^-, 7^+; t)$

Parameter	Taksiran	t_{hitung}	$p\text{-value}$
ω_1	85722,6	3,94	< 0,0002
ϕ_1	-0,63980	-6,23	< 0,0001

Tabel 3. Hasil Uji *White Noise* Model Gabungan ARIMA (1,1,0), Tanpa Konstanta dan $H(7^-, 7^+; t)$

Lag	$p\text{-value}$
6	0,0096
12	< 0,0001
18	< 0,0001
24	< 0,0001

b. Model Gabungan ARIMA (0,1,1) dan $H(7^-, 7^+; t)$

Hasil taksiran parameter model pada Tabel 4 menunjukkan bahwa semua parameter model signifikan karena $p\text{-value} < \alpha = 0,05$. Langkah selanjutnya yaitu pengujian asumsi sisaan model. Pada Tabel 5, $p\text{-value}$ untuk lag 12, 18, dan 24 kurang dari $\alpha = 0,05$, maka disimpulkan sisaan tidak *white noise*, akibatnya model dugaan tidak dapat digunakan.

c. Model Gabungan ARIMA (1,1,1) dan $H(7^-, 7^+; t)$

Hasil taksiran parameter model pada Tabel 6 menunjukkan bahwa parameter ω_0 tidak signifikan. Hal ini dikarenakan $p\text{-value} > \alpha = 0,05$, akibatnya parameter konstanta perlu dikeluarkan dari model. Model dugaan variasi kalender berubah menjadi gabungan ARIMA (1,1,1), tanpa konstanta dan $H(7^-, 7^+; t)$. Berdasarkan Tabel 7, semua parameter model signifikan karena $p\text{-value} < \alpha = 0,05$. Langkah selanjutnya yaitu pengujian asumsi sisaan yang ditampilkan pada Tabel 8. Untuk lag 12, 18, dan 24, $p\text{-value}$ yang diperoleh kurang dari $\alpha = 0,05$, maka sisaan model tidak *white noise* akibatnya model dugaan tidak dapat digunakan.

Tabel 4. Hasil Taksiran Parameter Model Gabungan ARIMA (0,1,1) dan $H(7^-, 7^+; t)$

Parameter	Taksiran	t_{hitung}	$p\text{-value}$
ω_0	-4435,2	-2,04	0,0458
ω_1	70060,3	3,05	0,0035
θ_1	0,87710	13,16	< 0,0001

Tabel 5. Hasil Uji *White Noise* Model Gabungan ARIMA (0,1,1) dan $H(7^-, 7^+; t)$

Lag	$p\text{-value}$
6	0,2029
12	0,0009
18	0,0011
24	< 0,0001

Tabel 6. Hasil Taksiran Parameter Model Gabungan ARIMA (1,1,1) dan $H(7^-, 7^+; t)$

Parameter	Taksiran	t_{hitung}	p -value
ω_0	-2918,0	-1,44	0,1557
ω_1	51750,0	2,62	0,0114
θ_1	0,79363	7,89	< 0,0001
ϕ_1	-0,30860	-2,06	0,0446

Tabel 7. Hasil Taksiran Parameter Model Gabungan ARIMA (1,1,1), Tanpa Konstanta dan $H(7^-, 7^+; t)$

Parameter	Taksiran	t_{hitung}	p -value
ω_1	30318,5	2,66	0,0102
θ_1	0,76033	7,58	< 0,0001
ϕ_1	-0,34513	-2,40	0,0197

Tabel 8. Hasil Uji *White Noise* Model Gabungan ARIMA (1,1,1), tanpa konstanta dan $H(7^-, 7^+; t)$

Lag	p -value
6	0,4086
12	0,0003
18	0,0008
24	< 0,0001

Berdasarkan hasil pengujian untuk ketiga kemungkinan model menunjukkan bahwa model dugaan tidak dapat digunakan karena tidak memenuhi syarat. Kemungkinan lain untuk mendapatkan model yang lebih baik yaitu digunakan model ARIMA musiman. Hal ini dikarenakan data jumlah penumpang berupa data bulanan yang mengindikasikan adanya pola musiman. Berdasarkan Gambar 4, kemungkinan lain model dugaan variasi kalender adalah gabungan ARIMA (1,1,1)(0,0,1)¹² dan $H(7^-, 7^+; t)$. Hasil taksiran parameter model dugaan pada Tabel 9 menunjukkan parameter ω_0 paling tidak signifikan dibandingkan

parameter yang lain. Hal ini dikarenakan $p\text{-value} > \alpha = 0,05$ sehingga parameter konstanta perlu dikeluarkan dari model.

Tabel 9. Hasil Taksiran Parameter Model Gabungan ARIMA (1,1,1)(0,0,1)¹² dan $H(7^-, 7^+; t)$

Parameter	Taksiran	t_{hitung}	$p\text{-value}$
ω_0	-3766,0	-1,73	0,0885
ω_1	59938,7	2,88	0,0058
θ_1	0,82182	8,88	< 0,0001
Θ_1	-0,78260	-7,11	< 0,001
ϕ_1	-0,29231	-1,92	0,0596

Tabel 10. Hasil Taksiran Parameter Model Gabungan ARIMA (1,1,1)(0,0,1)¹², Tanpa Konstanta dan $H(7^-, 7^+; t)$

Parameter	Taksiran	t_{hitung}	$p\text{-value}$
ω_1	33344,9	2,51	0,0150
θ_1	0,76395	7,40	< 0,0001
Θ_1	-0,76335	-6,95	< 0,0001
ϕ_1	-0,33724	-2,28	0,0264

Tabel 11. Hasil Uji *White Noise* Model Gabungan ARIMA (1,1,1)(0,0,1)¹², Tanpa Konstanta dan $H(7^-, 7^+; t)$

Lag	$p\text{-value}$
6	0,6688
12	0,9020
18	0,9328
24	0,2072

Selanjutnya, model dugaan variasi kalender berubah menjadi gabungan ARIMA (1,1,1)(0,0,1)¹², tanpa konstanta dan $H(7^-, 7^+; t)$. Berdasarkan Tabel 10, semua parameter model telah signifikan karena $p\text{-value} < \alpha = 0,05$. Langkah selanjutnya yaitu pengujian asumsi sisaan model. Pada Tabel 11 sisaan model dikatakan telah memenuhi asumsi *white noise* karena $p\text{-value}$ untuk lag 6, 12, 18

dan 24 kurang dari $\alpha = 0,05$. Asumsi kenormalan dilakukan dengan uji Kolmogorov-Smirnov diperoleh p -value yaitu $> 0,15$, sehingga sisaan dikatakan berdistribusi normal. Karena semua parameter model signifikan, sisaannya memenuhi syarat maka model dapat digunakan untuk memodelkan data jumlah penumpang kereta api. Model tersebut dapat dituliskan sebagai

$$Z_t = \omega_1 H(7^-, 7^+; t) + \frac{(1 - \theta_1 B)(1 - \Theta_1 B^{12})}{(1 - B)(1 - \phi_1 B)} a_t.$$

Dengan mensubstitusikan nilai-nilai taksiran parameter pada Tabel 10 diperoleh

$$\begin{aligned} Z_t = & 33344,9H(7^-, 7^+; t) - 22099,7H(7^-, 7^+; t-1) + 3792,34H(7^-, 7^+; t-2) \\ & + 0,66276Z_{t-1} + 0,33724Z_{t-2} - 0,76395a_{t-1} + 0,76335a_{t-12} \\ & + 0,58316a_{t-13}. \end{aligned} \quad (10)$$

Berdasarkan persamaan (10), maka dapat disimpulkan bahwa jumlah penumpang kereta api DAOP V Purwokerto tiap bulannya dipengaruhi oleh proporsi periode waktu 7 hari sebelum dan 7 hari setelah hari Lebaran pada bulan tersebut serta satu dan dua bulan sebelumnya. Selain itu, jumlah penumpang juga dipengaruhi oleh jumlah penumpang pada satu dan dua bulan sebelumnya, serta dipengaruhi oleh sisaan dari model pada satu, dua belas dan tiga belas bulan sebelumnya.

4. KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil di atas dapat diberikan kesimpulan sebagai berikut:

1. Fungsi efek variasi liburan yang dipengaruhi τ^- hari sebelum dan τ^+ hari setelah hari libur Lebaran dapat dituliskan sebagai

$$L_t = \omega H(\tau^-, \tau^+; t)$$

dengan $\omega = \tilde{\alpha}(\tau^- + \tau^+)$ dan $H(\tau^-, \tau^+; t) = \frac{1}{\tau^- + \tau^+} \left[\sum_{i=1}^{\tau^-} h(i, t) + \sum_{i=1}^{\tau^+} h(i, t) \right]$.

2. Pada contoh kasus data jumlah penumpang kereta api DAOP V Purwokerto, model variasi kalender yang diperoleh adalah

$$\begin{aligned} Z_t = & 33344,9H(7^-, 7^+; t) - 22099,7H(7^-, 7^+; t-1) + 3792,34H(7^-, 7^+; t-2) \\ & + 0,66276Z_{t-1} + 0,33724Z_{t-2} - 0,76395a_{t-1} + 0,76335a_{t-12} \\ & + 0,58316a_{t-13}. \end{aligned}$$

Saran yang dapat diberikan pada penelitian ini yaitu pemodelan variasi kalender dapat diperluas dengan menambahkan efek variasi hari perdagangan serta efek variasi liburan dalam model variasi kalender.

UCAPAN TERIMAKASIH

Artikel ini adalah hasil penelitian skripsi penulis pertama Dr. Nunung Nurhayati.

DAFTAR PUSTAKA

- Aswi dan Sukarna, (2006). *Analisis Deret Waktu: Teori dan Aplikasi*. Andira Publisher: Makasar.
- Bell, W. R. dan Hilmer, S., (1983). Modelling Time Series With Calendar Variation. *Journal of American Statistical Association*, 78, 526-534.
- Liu, L. M., (1986). Identification of Time Series Models in The Presence of Calendar Variation. *International Journal of Forecasting*, 2, 357-372.
- Wei, W. W. S., (2006). *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods*, 2nd Edition. Addison Wesley: Canada.