Jurnal Ilmiah Matematika dan Pendidikan Matematika (JMP)
Vol. 11 No. 1, Juni 2019, hal. 59-68
ISSN (Cetak) : 2085-1456; ISSN (*Online*) : 2550-0422

# STRUKTUR *IMAGE* DAN *PRE-IMAGE* HOMOMORFISMA PADA TRANSLASI RING FUZZY INTUITIONISTIK

**Dian Pratama**

Universitas Nahdlatul Ulama Purwokerto
Email : d.pratama@unupurwokerto.ac.id

***ABSTRACT.*** *A set that is characterized by membership function and a non-membership function with the sum of both at intervals of 0 to 1 is called intuitionistik fuzzy set.. When it's applied in ring's theory, it will called intuitionistic fuzzy ring. In this research,if the topics is membership fuction and non-membership function then there are translates operator. This operator only changes the values of the membership and non-membership function while the properties are fixed. This journal discussed the structure of image ad pre-image homomorphism of translates on intuitionistic fuzzy rings. The result obtained that the structure of image and pre-image is also intuitionistic fuzzy rings.*

***Keywords****: fuzzy set, intuitionistic fuzzy ring, translates operator, image and pre-image.*

**ABSTRAK.** Himpunan yang ditandai dengan adanya fungsi keanggotaan dan fungsi non-keanggotaan yang jumlahnya pada interval 0 sampai 1 disebut himpunan fuzzy intuitionistik. Apabila diaplikasikan pada teori ring, maka dinamakan ring fuzzy intuitionistik. Pada penelitian ini, jika dikaji lebih dalam mengenai fungsi keanggotaan dan non-keanggotaan maka terdapat istilah operator translasi. Operator ini hanya mengubah nilai dari fungsi keanggotaan dan non-keanggotaan sedangkan sifatnya tetap. Jurnal ini menguji tentang struktur dari *image* dan *pre-image* homomorfisma pada translasi ring fuzzy intuitionistik. Hasil yang diperoleh bahwa struktur dari image dan pre-image juga merupakan ring fuzzy intuitionistik.

**Kata Kunci**: himpunan fuzzy, ring fuzzy intuitionistik, operator translasi, *image* dan *pre-image*

## 1. PENDAHULUAN

### 1.1. Latar Belakang

Tahun 1965, Zadeh mendefinisikan himpunan fuzzy merupakan himpunan yang ditandai dengan adanya derajat keaggotaan (fungsi keanggotaan) untuk setiap anggota. Fungsi keanggotaan himpunan fuzzy adalah suatu fungsi dari setiap anggota himpunan ke interval $[0,1]$. Himpunan fuzzy $A$ dari $X$ adalah fungsi dari $X$ ke bilangan riil pada interval $[0,1]$ dan selanjutnya dinamakan subset fuzzy. Konsep fuzzy berkembang dalam bidang aljabar yang diawali oleh Rosenfeld (1971) yaitu grup fuzzy (subgrup fuzzy).

Pada perkembangannya, himpunan fuzzy mengalami perluasan untuk sifat derajat keanggotaan. Diawali dengan terbentuknya fungsi non-keanggotaan (komplemen dari fungsi keanggotaan) dan sifat dari penjumlahan dari fungsi keanggotan dan non keanggotaan yang kurang dari sama dengan 1. Kejadian tersebut melatarbelakangi struktur baru yaitu himpunan fuzzy intuitionistik oleh Atanassov tahun 1986. Pada 2011, Sharma membawa struktur tersebut kedalam aljabar antara lain grup fuzzy intuitionistik dan ring fuzzy intuitionistik.

Souriar (1993) memperkenalkan konsep operator pada himpunan fuzzy. Operator adalah suatu fungsi yang mengkaitkan antara fungsi keanggotaan dengan bilangan ril pada interval $[0,1]$. Dalam jurnal ini, operator yang dikaji adalah operator translasi yang dikenakan pada ring fuzzy intuitionistik. Berdasarkan fenomena yang telah dipaparkan tersebut, akan dibahas mengenai sturktur dari *image* dan *pre-image* pada translasi ring fuzzy intuitionistik.

### 1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut, diperoleh rumusan masalah sebagai berikut :

a. Bagaimana bentuk generalisasi grup fuzzy intuitionistik pada struktur ring ?
b. Bagaimana sifat-sifat bawaan translasi ring fuzzy intuitionistik?
c. Bagaimana struktur *image* dan *pre-image* homomorfisma pada translasi ring fuzzy intuitionistik?

### 1.3. Tujuan dan Manfaat

Tujuan dan manfaat dari penelitian ini :

a. Memberikan informasi tentang struktur himpunan fuzzy intuitionistik, intuitionistik, grup fuzzy intuitionistik, dan ring fuzzy intuitionistik.
b. Memberikan infomasi tentang sifat-sifat bawaan translasi pada ring fuzzy intuitionistik.
c. Memberikan informasi mengenai struktur dari *image* dan *pre-image* homomorfisma pada translasi ring fuzzy intuitionistik.

## 2. METODE PENELITIAN

Metode yang dilakukan adalah studi literatur dari buku dan jurnal ilmiah terutama yang berhubungan dengan ring fuzzy intuitionistik, dan translasi himpunan fuzzy. Langkah-langkah yang digunakan dalam penelitian yaitu :

1) Mendefinisikan ring fuzzy intuitionistik dengan memperumun definisi ring fuzzy.
2) Mendefinisikan translasi pada ring fuzzy intuitionistik sebagai operator.
3) Membuktikan struktur himpunan dari *image* dan *pre-image* pada translasi ring fuzzy intuitionistik

## 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

### 3.1 Ring Fuzzy Intuitionistik.

Pada himpunan fuzzy, fungsi keanggotaan $(\mu)$ merupakan representasi dari derajat keanggotaan sehingga secara tidak langsung terdapat pula fungsi non-keanggotaan $(v\ )$ yang merupakan komplemen dari $\mu$ $(\ \mu^c)$. Sifat dari keduanya jelas bahwa $\mu + v = 1$. Jika sifat tersebut diperumum, menjadi $\mu + v \leq 1$, maka memunculkan suatu konsep baru yang dinamakan himpunan fuzzy intuitionistik seperti pada definisi berikut.

**Definisi 3.1.1 (Atanassov, 1984)** *Diberikan himpunan tak kosong* $X$, *himpunan* $A$ *disebut himpunan fuzzy intuitionistik dari* $X$ *dan ditulis* $A = \{\langle x, \mu_A(x), v_A(x)\rangle\ ;\ x \in X\}$ *dengan ketentuan* $\mu_A : X \to [0,1]$ *dan* $v_A : X \to [0,1]$ *masing-masing sebagai fungsi keanggotaan dan fungsi non-keanggotaan dari* $X$ *yang memenuhi* $0 < \mu_A(x) + v_A(x) \leq 1$ *dan dinotasikan* $A = (\mu_A, v_A)$.

Untuk selanjutnya himpunan fuzzy intuitionistik disebut sebagai subset fuzzy intuitionistik dan ditulis SFI. Berikut diberikan beberapa sifat subset fuzzy intuitionistik, didefinisikan $A = \{\langle x, \mu_A(x), v_A(x)\rangle\ ;\ x \in X\}$ dan $B = \{\langle x, \mu_B(x), v_B(x)\rangle\ ;\ x \in X\}$ merupakan SFI dari $X$. Untuk setiap $x \in X$ berlaku :

1. $A \subseteq B$ jika dan hanya jika $\mu_A(x) \leq \mu_B(x)$ dan $v_A(x) \geq v_B(x)$.
2. $A^C = \left\{\langle x, {\mu^c}_A(x), {v^c}_A(x)\rangle\ ;\ x \in X\right\}$ dengan ${\mu^c}_A(x) = v_A(x)$ dan ${v^c}_A(x) = \mu_A(x)$.

3. $A \cap B = \{\langle x, (\mu_A \cap \mu_B), (v_A \cap v_B)\rangle \ ; \ x \in X\}$ dengan $(\mu_A \cap \mu_B)(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$ dan $(v_A \cap v_B)(x) = \max\{v_A(x), v_B(x)\}$.
4. $A \cup B = \{\langle x, (\mu_A \cup \mu_B), (v_A \cup v_B)\rangle \ ; x \in X\}$ dengan, $(\mu_A \cup \mu_B)(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$ dan $(v_A \cup v_B)(x) = \min\{v_A(x), v_B(x)\}$.
6. $C_{\delta,\theta}(A) = \{x \in X \mid \mu_A(x) \geq \delta, v_A(x) \leq \theta\}(\forall \delta, \theta \in [0,1])$ dengan $\delta + \theta \leq 1$ dan dinamakan *cut-set* dari $A$.

Selain itu akan dijelaskan mengenai definisi pemetaan, *image* dan *pre-image* pada subset fuzzy intuitionistik sebagai berikut.

**Definisi 3.1.2 (Sharma, 2011)** *Diketahui* $, Y \neq \emptyset$ *, himpunan SFI A dan B dari X dan* $Y$ *serta pemetaan* $f : X \to Y$*. Image dari* $A$ *terhadap pemetaan* $f$ *dinotasikan* $f(A)$ *dan didefinisikan sebagai berikut:*

$$f(A)(y) = \left(\mu_{f(A)}(y), v_{f(A)}(y)\right)$$

*dengan ketentuan,*

$$\mu_{f(A)}(y) = \begin{cases} max\{\mu_A(x)\}, & x \in f^{-1}(y) \\ 0 & , \ x \notin f^{-1}(y) \end{cases}$$

$$v_{f(A)}(y) = \begin{cases} min\{v_A(x)\}, & x \in f^{-1}(y) \\ 1 & , \ x \notin f^{-1}(y) \end{cases}$$

*Pre-image dari* $B$ *dinotasikan* $f^{-1}(B)$ *dan didefiniskan sebagai* $f^{-1}(B)(x) = \left(\mu_{f^{-1}(B)}(x), v_{f^{-1}(B)}(x)\right)$ *dengan ketentuan* $\mu_{f^{-1}(B)}(x) = \mu_B\left(f(x)\right)$ *dan* $v_{f^{-1}(B)}(x) = v_B\left(f(x)\right)$ *atau* $f^{-1}(B)(x) = \left(\mu_B\left(f(x)\right), v_B\left(f(x)\right)\right)$

Hubungan antara himpunan *cut-set* dan pemetaan akan diberikan pada teorema berikut.

**Teorema 3.1.3 (Sharma, 2011)** *Jika* $X, Y \neq \emptyset$ *dan A,B merupakan SFI dari X dan* $Y$ *serta* $f : X \to Y$*, maka berlaku sifat – sifat berikut.*

*1.* $f\left(C_{\delta,\theta}(A)\right) \subseteq C_{\delta,\theta}(f(A))$

*2.* $f^{-1}\left(C_{\delta,\theta}(B)\right) = C_{\delta,\theta}(f^{-1}(B))$

**Definisi 3.1.4 (Sharma, 2011)** *Diberikan ring $R(+,\times)$ dan SFI $A$ dari $R$. Himpunan $A = (\mu_A, \nu_A)$ disebut subring fuzzy intuitionistik dari R jika dan hanya jika untuk setiap $x, y \in R$ berlaku :*

*i)* $\mu_A(x-y) \geq min\{\mu_A(x), \mu_A(y)\}$ *dan* $\nu_A(x-y) \leq max\{\mu_A(x), \mu_A(y)\}$.

*ii)* $\mu_A(xy) \geq min\{\mu_A(x), \mu_A(y)\}$ *dan* $\nu_A(xy) \leq max\{\mu_A(x), \mu_A(y)\}$.

Untuk selanjutnya ring $R(+,\times)$ cukup ditulis $R$ dan subring fuzzy intuitionistik cukup ditulis sebagai SRFI. Diberikan beberapa teorema yang berhubungan dengan *cut-set*, *image* dan *pre-image* pada ring fuzzy intuitionistik.

**Teorema 3.1.5 (Sharma, 2011)** *Diberikan SFI $A$ dari ring $R$. Himpunan $A$ merupakan SRFI dari R jika dan hanya jika $C_{\delta,\theta}(A)$ subring dari R untuk setiap $\delta, \theta \in [0,1]$ yang memenuhi $\mu_A(0) \geq \delta$ dan $\nu_A(0) \leq \theta$ dan $0$ elemen identitas dari R serta $\delta + \theta \leq 1$.*

Secara umum, ring fuzzy intuitionistik merupakan bentuk umum dari struktur ring. Selanjutnya akan diberikan operator translasi pada ring fuzzy intuitionistik.

## 3.2 Translasi pada Ring Fuzzy Intuitionistik

Setelah diberikan definisi ring fuzzy intuitionistik, selanjutnya akan diberikan definisi operator translasi pada subset fuzzy intuitionistik.

**Definisi 3.2.1 (Souriar, 1993)** *Diberikan himpunan tak kosong $X$, $\alpha \in [0,1]$ dan $A = (\mu_A, \nu_A)$ SFI dari $X$. Operator translasi $A^{\alpha+} = T_{\alpha+}(A)$ dan $A^{\alpha-} = T_{\alpha-}(A)$ didefinisikan sebagai berikut :*

$$A^{\alpha+} = T_{\alpha+}(A)(x) = \left(\mu_{A^{\alpha+}}(x), \nu_{A^{\alpha+}}(x)\right)$$

$$A^{\alpha-} = T_{\alpha-}(A)(x) = \left(\mu_{A^{\alpha-}}(x), \nu_{A^{\alpha-}}(x)\right)$$

*dengan ketentuan $\mu_{A^{\alpha+}}(x) = min\{\mu_A(x) + \alpha, 1\}$, dan $\nu_{A^{\alpha+}}(x) = max\{\nu_A(x) - \alpha, 0\}$, $\mu_{A^{\alpha-}}(x) = max\{\mu_A(x) - \alpha, 0\}$, dan $\nu_{A^{\alpha-}}(x) = min\{\nu_A(x) + \alpha, 1\}$*

Apabila diberikan sebarang SRFI $A$ dan $\alpha \in [0,1]$, maka diperoleh bahwa $A^{\alpha+}$ dan $A^{\alpha-}$ juga merupakan SRFI seperti yang dijelaskan berikut.

**Teorema 3.2.2 (Sharma, 2011)** *Jika SRFI A dari ring R maka* $A^{\alpha+}$ *dan* $A^{\alpha-}$ *SRFI dari ring R untuk setiap* $\alpha \in [0,1]$.

Keadaan dari teorema 3.2.2 tidak berlaku sebaliknya, artinya jika sebarang operator $A^{\alpha+}$ dan $A^{\alpha-}$ merupakan SRFI maka belum tentu $A$ merupakan SRFI. Hala tersebut perlu diperhatikan pada nilai $\alpha$ yang diambil. Hal tersebut memunculkan akibat berikut.

**Akibat 3.2.3** *Diberikan SFI A dari ring R dan* $R_A = \{x \in R \mid \mu_A(x) = \mu_A(0)\ dan\ v_A(x) = \mu_A(0)\}$,

1. *Jika* $A^{\alpha+}$ *SRFI dari R dengan* $\alpha < min\{1 - p", q"\}$, *maka A merupakan SRFI dari R dengan ketentuan* $p" = max\{\mu_A(x)\ ;\ x \in R - R_A\}$ *dan* $q" = min\{v_A(x)\ ;\ x \in R - R_A\}$.
2. *Jika* $A^{\alpha-}$ *SRFI dari R dengan* $\alpha < min\{1 - p^*, q^*\}$, *maka A merupakan SRFI dari R dengan ketentuan* $p^* = max\{v_A(x) : x \in R - R_A\}$ *dan* $q^* = min\{\mu_A(x) : x \in R - R_A\}$.

## 3.3 Homomorfisma pada Translasi Ring Fuzzy Intuitionistik

Berikut ini diberikan pembahasan sifat translasi pada ring fuzzy intuitionistik terutama pada bentuk dan struktur *image* dan *pre-image* homomorfisma. Pada teorema 3.1.3, apabila bentuk dari $A$ diganti menjadi $A^{\alpha+}$ atau $A^{\alpha-}$ dan $B$ menjadi $B^{\alpha+}$ atau $B^{\alpha-}$ untuk setiap $\alpha \in [0,1]$. Lebih lanjut diberikan definisi himpunan baru yaitu $C_{\delta,\theta}\left(\left(f^{-1}(B)\right)^{\alpha+}\right)$ dan $C_{\delta,\theta}(f(A)^{\alpha+})$ dengan definisi :

$$C_{\delta,\theta}\left(\left(f^{-1}(B)\right)^{\alpha+}\right) = \left\{x \in G_1 \mid \mu_{B^{\alpha+}}\big(f(x)\big) \geq \delta \text{ dan } v_{B^{\alpha+}}\big(f(x)\big) \leq \theta\right\}$$

$$C_{\delta,\theta}\left(\big(f(A)\big)^{\alpha+}\right) = \left\{y \in G_2 \mid \mu_{f(A)^{\alpha+}}(y) \leq \delta \text{ dan } v_{f(A)^{\alpha+}}(y) \leq \theta\right\}$$

Definisi himpunan tersebut juga berlaku untuk $C_{\delta,\theta}\left(\left(f^{-1}(B)\right)^{\alpha-}\right)$ dan $C_{\delta,\theta}(f(A)^{\alpha-})$. Pembentukan himpunan baru tersebut memberikan akibat berikut.

**Akibat 3.3.1** *Diberikan sebarang* $\alpha \in [0,1]$ *dan* $f: R_1 \rightarrow R_2$ *homomorfisma dari ring* $R_1$ *ke ring* $R_2$*. Jika* $B$ *adalah SFI dari* $R_2$ *dan* $B^{\alpha+}(B^{\alpha-})$ *merupakan translasi dari* $B$ *maka diperoleh,*

$$f^{-1}\left(C_{\delta,\theta}(B^{\alpha+})\right) = C_{\delta,\theta}\left(f^{-1}(B^{\alpha+})\right) = C_{\delta,\theta}\left(\left(f^{-1}(B)\right)^{\alpha+}\right)$$

$$f^{-1}\left(C_{\delta,\theta}(B^{\alpha-})\right) = C_{\delta,\theta}\left(f^{-1}(B^{\alpha-})\right) = C_{\delta,\theta}\left(\left(f^{-1}(B)\right)^{\alpha-}\right)$$

*untuk setiap* $\delta, \theta \in [0,1]$ *dengan* $\delta + \theta \leq 1$.

**Teorema 3.3.2** *Diberikan sebarang* $\alpha \in [0,1]$ *dan* $f: R_1 \rightarrow R_2$ *homomorfisma surjektif dari ring* $R_1$ *ke ring* $R_2$*. Jika* $A$ *adalah SFI dari* $R_1$ *dan* $A^{\alpha+}[A^{\alpha-}]$ *merupakan translasi dari* $A$ *maka diperoleh,*

$$f\left(C_{\delta,\theta}(A^{\alpha+})\right) = C_{\delta,\theta}\left(f(A^{\alpha+})\right) = C_{\delta,\theta}\left(\left(f(A)\right)^{\alpha+}\right)$$

$$f\left(C_{\delta,\theta}(A^{\alpha-})\right) = C_{\delta,\theta}\left(f(A^{\alpha-})\right) = C_{\delta,\theta}\left(\left(f(A)\right)^{\alpha-}\right)$$

*untuk setiap* $\delta, \theta \in [0,1]$ *dengan* $\delta + \theta \leq 1$.

Selanjutnya akan diberikan struktur *image* dan *pre-image* pada translasi ring fuzzy intuitionistik.

**Teorema 3.3.4** *Diberikan homomorfisma surjektif ring* $f: R_1 \rightarrow R_2$ *dan* $\alpha \in [0,1]$*. Jika* $A$ *merupakan SRFI dari* $R_1$ *maka* $f(A^{\alpha+})[f(A^{\alpha-})]$ *merupakan SRFI dari* $R_2$*.*

**Bukti.**

$\therefore$ Pembuktian pertama untuk $f(A^{\alpha+})$, sesuai dengan teorema 3.2.2 jika $A$ merupakan SRFI maka $A^{\alpha+}$ merupakan SRFI untuk setiap $\alpha \in [0,1]$. Pada Teorema 3.1.5, untuk menunjukan $f(A^{\alpha+})$ merupakan SRFI dengan cara membuktikan bahwa $C_{\delta,\theta}(f(A^{\alpha+}))$ subring di $R_2$ untuk setiap $\delta, \theta \in [0,1]$ dengan $\delta + \theta \leq 1$.

Ambil sebarang $y_1, y_2 \in C_{\delta,\theta}(f(A^{\alpha+}))$, diperoleh

$$\mu_{f(A^{\alpha+})}(y_1) \geq \delta\,, \nu_{f(A^{\alpha+})}(y_1) \leq \theta \text{ dan } \mu_{f(A^{\alpha+})}(y_2) \geq \delta\,, \nu_{f(A^{\alpha+})}(y_2) \leq \theta.$$

Menurut definisi 3.1.2 mengenai *image* dan *pre-image* , terdapat $x_1, x_2 \in R_1$ sedemikian sehingga

$$\mu_{A^{\alpha+}}(x_1) \geq \mu_{f(A^{\alpha+})}(y_1) \geq \delta\,, v_{A^{\alpha+}}(x_1) \leq v_{f(A^{\alpha+})}(y_1) \leq \theta \text{ dan}$$
$$\mu_{A^{\alpha+}}(x_2) \geq \mu_{f(A^{\alpha+})}(y_2) \geq \delta\,, v_{A^{\alpha+}}(x_2) \leq v_{f(A^{\alpha+})}(y_2) \leq \theta$$
$$\Leftrightarrow \mu_{A^{\alpha+}}(x_1) \geq \delta\,, v_{A^{\alpha+}}(x_1) \geq \theta \text{ dan } \mu_{A^{\alpha+}}(x_2) \geq \delta\,, v_{A^{\alpha+}}(x_2) \geq \theta$$
$$\Leftrightarrow \min\{\mu_{A^{\alpha+}}(x_1), \mu_{A^{\alpha+}}(x_2)\} \geq \delta \text{ dan } \max\{v_{A^{\alpha+}}(x_1), v_{A^{\alpha+}}(x_2)\} \leq \theta$$

Diketahui $A^{\alpha+}$ adalah SRFI dari $R_1$, sehingga
$\Leftrightarrow \mu_{A^{\alpha+}}(x_1 - x_2) \geq \delta$ , $v_{A^{\alpha+}}(x_1 - x_2) \leq \theta$ dan $\mu_{A^{\alpha+}}(x_1x_2) \geq \delta$, $v_{A^{\alpha+}}(x_1x_2) \leq \theta$. Diperoleh $x_1 - x_2 \in C_{\delta,\theta}(A^{\alpha+})$ dan $x_1x_2 \in C_{\delta,\theta}(A^{\alpha+})$ sehingga $f(x_1 - x_2) \in C_{\delta,\theta}(f(A^{\alpha+}))$ dan $f(x_1x_2) \in C_{\delta,\theta}(f(A^{\alpha+}))$. Karena $f$ homomorfisma ring diperoleh $f(x_1) - f(x_2) \in C_{\delta,\theta}(f(A^{\alpha+}))$ dan $f(x_1)f(x_2) \in C_{\delta,\theta}(f(A^{\alpha+}))$ sehingga $y_1 - y_2 \in C_{\delta,\theta}\big(f(A^{\alpha+})\big)$ dan $y_1y_2 \in C_{\delta,\theta}\big(f(A^{\alpha+})\big)$. Dengan demikian $C_{\delta,\theta}\big(f(A^{\alpha+})\big)$ merupakan subring dari $R_2$ sehingga mengakibatkan $f(A^{\alpha+})$ merupakan SRFI dari $R_2$. Pembuktian tersebut analog untuk $f(A^{\alpha-})$, sehingga $f(A^{\alpha-})$ merupakan SRFI dari $R_2$. ■

Pada teorema selanjutnya mengenai struktur dari pre-*image* homomorfisma pada translasi subring fuzzy intuitionistik.

**Teorema 3.4.6** *Diberikan homomorfisma ring* $f: R_1 \to R_2$ *dan* $\alpha \in [0,1]$. *Jika* $B$ *merupakan SRFI dari* $R_2$ *maka* $f^{-1}(B^{\alpha+})[f^{-1}(B^{\alpha-})]$ *merupakan SRFI dari* $R_1$.

**<u>Bukti.</u>**

∴ Pembuktian pertama untuk $f^{-1}(B^{\alpha+})$, sesuai dengan teorema 3.2.2 jika $B$ merupakan SRFI maka $B^{\alpha+}$ merupakan SRFI untuk setiap $\alpha \in [0,1]$. Sama dengan teorema sebelumnya cukup membuktikan dengan $C_{\delta,\theta}(f^{-1}(B^{\alpha+}))$ merupakan subring dari $R_1$ untuk setiap $\delta, \theta \in [0,1]$ dengan $\delta + \theta \leq 1$.

Ambil sebarang $y_1, y_2 \in C_{\delta,\theta}(f^{-1}(B^{\alpha+}))$, diperoleh

$$\mu_{f^{-1}(B^{\alpha+})}(x_1) \geq \delta\,, v_{f^{-1}(B^{\alpha+})}(x_1) \leq \theta \text{ dan } \mu_{f^{-1}(B^{\alpha+})}(x_2) \geq \delta\,, v_{f^{-1}(B^{\alpha+})}(x_2) \leq \theta$$
$$\Leftrightarrow \mu_{B^{\alpha+}}\big(f(x_1)\big) \geq \delta\,, v_{B^{\alpha+}}\big(f(x_1)\big) \leq \theta \text{ dan } \mu_{B^{\alpha+}}\big(f(x_2)\big) \geq \delta\,, v_{B^{\alpha+}}\big(f(x_2)\big) \leq \theta$$
$$\Leftrightarrow \min\{\mu_{B^{\alpha+}}(f(x_1)), \mu_{B^{\alpha+}}(f(x_2))\} \geq \delta \text{ dan}$$
$$\max\{v_{B^{\alpha+}}(f(x_1)), v_{B^{\alpha+}}(f(x_2))\} \leq \theta$$

Diketahui $B^{\alpha+}$ adalah SRFI pada $R_2$, sehingga

$$\Leftrightarrow \mu_{B^{\alpha+}}(f(x_1) - f(x_1)) \geq \delta,\ v_{B^{\alpha+}}(f(x_1) - f(x_1)) \leq \theta \text{ dan}$$
$$\mu_{B^{\alpha+}}(f(x_1)f(x_1)) \geq \delta\ ,\ v_{B^{\alpha+}}(f(x_1)f(x_1)) \leq \theta$$

Hal ini menunjukan bahwa $f(x_1) - f(x_2) \in C_{\delta,\theta}(B^{\alpha+})$ dan $f(x_1)f(x_2) \in C_{\delta,\theta}(B^{\alpha+})$. Karena $f$ homomorfisma ring diperoleh $f(x_1 - x_2) \in C_{\delta,\theta}(B^{\alpha+})$ dan $f(x_1x_2) \in C_{\delta,\theta}(B^{\alpha+})$ atau $x_1 - x_2 \in C_{\delta,\theta}(f^{-1}(B^{\alpha+}))$ dan. $x_1x_2 \in C_{\delta,\theta}(f^{-1}(B^{\alpha+}))$ Dengan demikian $C_{\delta,\theta}\left(f^{-1}(B^{\alpha+})\right)$ merupakan subring dari $R_1$ sehingga mengakibatkan $f^{-1}(B^{\alpha+})$ merupakan SRFI dari $R_1$. Pembuktian tersebut analog untuk $f^{-1}(B^{\alpha-})$, sehingga $f^{-1}(B^{\alpha-})$ merupakan SRFI dari $R_1$. ■

## 4. KESIMPULAN DAN SARAN

Dari penjelasan yang telah diberikan, diperoleh kesimpulan bentuk dan struktur dari *image* dan *pre-image* pada translasi ring fuzzy intuitionistik. Diberikan homomorfisma ring $f$ dari $R_1$ ke $R_2$ dengan $A$ dan $B$ masing-masing merupakan SRFI untuk $R_1$ dan $R_2$. Jika $f$ bersifat surjektif, maka *image* dari translasi ring fuzzy intuitionistik $A$ ditulis $f(A^{\alpha+})[f(A^{\alpha-})]$ juga merupakan SRFI. Apabila $f$ tidak perlu surjektif, maka *pre-image* dari translasi ring fuzzy intuitionistik $B$ ditulis $f^{-1}(B^{\alpha+})[f^{-1}(B^{\alpha-})]$ merupakan SRFI. Sebagai saran, dapat digunakan berbagai macam struktur aljabar yang lain seperti semigrup, ruang vektor, maupun modul.

## DAFTAR PUSTAKA

Atanassov, K. T., *Intuitionistic fuzzy sets*, Fuzzy Sets and Systems, **20** (1984), 87-96.

Rosenfeld, A., *Fuzzy Groups*, J. Math.Anal. Appl., **35** (1971), 512-517.

Sharma, P. K., *$(\alpha, \beta)$-Cut of Intuitionistic Fuzzy Groups*, International Mathematical Forum, **6**(53) (2011), 2605-2614.

Sharma, P. K., *Intuitionistic Fuzzy Groups*, IFRSA International Journal of Data Warehousing and Mining, **1**(1). (2011).

Souriar, S., *A Study of Translates of Fuzzy Subgroups*, Department of Mathematics and Statistics Cochin university of science and technology Cochin - 682 022, Kerala., 1993.

Zadeh, L.A., *Fuzzy Sets, Information and Control*, Vol. 8, 338-353., 1965.