Jurnal Ilmiah Matematika dan Pendidikan Matematika (JMP)
Vol. 11 No. 1, Juni 2019, hal. 21-32
ISSN (Cetak) : 2085-1456; ISSN (*Online*) : 2550-0422

# KAJIAN METODE *ORDINARY LEAST SQUARE* DAN *ROBUST* ESTIMASI M PADA MODEL REGRESI LINIER SEDERHANA YANG MEMUAT *OUTLIER*

**Zahrotul Aflakhah**

Universitas Jenderal Soedirman
Email : aflakhahzahrotul@gmail.com

**Jajang**

Universitas Jenderal Soedirman
Email : rzjajang@yahoo.com

**Agustini Tripena Br. Sb.**

Universitas Jenderal Soedirman
Email : tripena1960@yahoo.co.id

***ABSTRACT.*** *This research discusses about the Ordinary Least Squares (OLS) method and robust M-estimation method; compare between the Tukey bisquare and Huber weighting from simple linier regression models that contain outliers. Data are generated through simulation with the percentages of outliers and sample sizes. Each data will be formed into a simple linier regression model, then the percentage of outliers, RSE and MAD values are calculated. The results show that RSE and MAD values produced by a simple linear regression model with the OLS method are influenced by the percentage of outliers. However, the regression model of robust M-estimation with sample size 30, 60, 90, 120, and 150 results an unstable RSE values with the change of the percentage of outlier and the MAD values that are not affected by the percentage of outliers and sample size. The robust M-estimation method with Tukey Bisquare weighting is as good as the Huber weighting.*

***Keywords****: MAD, OLS model, outlier, robust regression M-estimation method, RSE.*

**ABSTRAK.** Penelitian ini mengkaji metode OLS dan *robust* estimasi M serta membandingkan fungsi pembobot *Bisquare* Tukey dan Huber dari model regresi linier sederhana yang memuat *outlier*. Data dibangkitkan melalui simulasi dengan persentase besarnya outlier dan ukuran sampel yang berbeda-beda. Masing-masing dari data tersebut dibentuk model regresi linier sederhana dan dihitung besarnya persentase outlier, nilai RSE dan MAD. Hasil penelitian menyatakan bahwa nilai RSE dan MAD yang dihasilkan oleh model regresi linier sederhana dengan metode OLS dipengaruhi oleh persentase besarnya *outlier*. Namun, nilai RSE yang dihasilkan oleh model regresi *robust* estimasi M untuk ukuran sampel 30, 60, 90, 120, dan 150 cenderung fluktuatif seiring dengan perubahan besarnya persentase *outlier*. Sementara itu, nilai MAD yang dihasilkan oleh model regresi *robust* estimasi M tidak dipengaruhi oleh besarnya persentase *outlier*

maupun ukuran sampel. Metode *robust* estimasi M dengan fungsi pembobot *Bisquare* Tukey hampir sama baiknya dengan metode *robust* estimasi M dengan fungsi pembobot Huber.

**Kata Kunci**: MAD, metode OLS, *outlier*, regresi *robust* estimasi M, RSE.

## 1. PENDAHULUAN

Analisis regresi merupakan metode yang digunakan untuk menentukan hubungan antara satu variabel terikat dengan satu atau lebih variabel bebas. Salah satu metode yang digunakan untuk mengestimasi parameter model regresi yaitu metode kuadrat terkecil atau *ordinary least square* (OLS). Penggunaan metode OLS memerlukan beberapa asumsi klasik yang harus dipenuhi. Apabila asumsi klasik tersebut tidak terpenuhi, maka estimator yang dihasilkan bersifat bias dan interpretasi hasil yang diberikan pun menjadi tidak valid.

Salah satu penyebab tidak terpenuhinya asumsi klasik pada metode OLS yaitu adanya pencilan atau *outlier*. *Outlier* merupakan suatu keganjilan dan menandakan suatu titik data yang berbeda dibandingkan dengan data lainnya (Draper dan Smith,1992: 146). Keberadaan *outlier* dapat mempengaruhi proses analisis data, seperti rata-rata maupun simpangan baku. Meskipun demikian, data *outlier* tidak dapat dibuang begitu saja karena akan mempengaruhi model regresi serta menghasilkan estimasi parameter yang kurang tepat. Untuk menyelesaikan masalah tersebut, diperlukan adanya metode yang bersifat *robust* (kekar) sehingga saat terjadi perubahan kecil dalam data tidak akan mempengaruhi nilai estimasinya.

Metode *robust* pertama kali diperkenalkan oleh Andrews pada tahun 1972. Metode *robust* merupakan metode regresi yang digunakan ketika distribusi dari residual tidak normal atau adanya beberapa *outlier* yang berpengaruh pada model (Ryan, 1997: 150). Menurut Chen (2002: 1), model *robust* memiliki empat metode estimasi parameter, diantaranya estimasi M, estimasi S, estimasi LMS, dan estimasi MM. Metode estimasi M merupakan salah satu metode *robust* yang paling populer dan mudah dalam pengaplikasiannya. Tak hanya itu, metode estimasi M juga memiliki efisiensi yang tinggi.

Pada penelitian sebelumnya, Maulana (2016) mengkaji tentang regresi *robust* estimasi M menggunakan fungsi pembobot Huber dan *Bisquare* Tukey pada regresi linier berganda. Namun, penelitian tersebut belum mengkaji mengenai metode OLS dan *robust* estimasi M menggunakan fungsi pembobot *Bisquare* Tukey dan Huber pada model regresi linier yang memuat variasi *outlier*. Oleh sebab itu, pada penelitian ini penulis tertarik untuk mengkaji metode OLS dan *robust* estimasi M menggunakan fungsi pembobot *Bisquare* Tukey dan Huber pada model regresi linier sederhana yang memuat variasi *outlier*.

Adapun tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini yaitu menjelaskan pengaruh besarnya persentase *outlier* dan ukuran sampel terhadap nilai RSE dan MAD model regresi linier sederhana dengan metode OLS dan *robust* estimasi M dengan fungsi pembobot *Bisquare* Tukey dan Huber serta membandingkan metode *robust* estimasi M dengan fungsi pembobot *Bisquare* Tukey dan Huber.

## 2. METODE PENELITIAN

Adapun tahapan-tahapan yang dilakukan pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Membangkitkan data menggunakan *software* R dengan ukuran sampel 30,60,90,120, dan 150 serta besarnya persentase *outlier* 6-10%, 11-15%, 16-20%, dan 21-25%. Adapun langkah-langkah untuk membangkitkan data adalah sebagai berikut:
   a. Mendeklarasikan besarnya ukuran sampel dan proporsi awal *outlier* yang dibangkitkan dalam sampel;
   b. Membangkitkan *error* yang memuat *outlier*;
   c. Mendeklarasikan nilai $\beta_0$, $\beta_1$;
   d. Membangkitkan variabel $X$ dan $Y$;
   e. Mengestimasi parameter model regresi linier sederhana menggunakan metode OLS;
   f. Menghitung nilai RSE dan MAD model regresi linier sederhana dengan metode OLS;

g. Mengidentifikasi *outlier* dengan metode boxplot. Pada penelitian ini data yang merupakan *outlier* yaitu nilai-nilai yang kurang dari $Q_1 - 1,5(Q_3 - Q_1)$ dan lebih dari $Q_3 + 1,5(Q_3 - Q_1)$;
h. Mengestimasi parameter model regresi *robust* estimasi M dengan fungsi pembobot *Bisquare* Tukey dan Huber;
i. Menghitung nilai RSE dan MAD masing-masing model.

2. Membangkitkan data sebanyak 500 kali untuk masing-masing ukuran sampel dan besarnya persentase *outlier* menghasilkan rata-rata nilai RSE dan MAD metode OLS dan *robust* estimasi M menggunakan fungsi pembobot *Bisquare* Tukey dan Huber.
3. Menganalisis nilai RSE dan MAD dari model regresi linier sederhana dengan metode OLS dan *robust* estimasi M untuk persentase besarnya *outlier* yang berbeda.
4. Menganalisis nilai RSE dan MAD dari model regresi linier sederhana dengan metode OLS dan *robust* estimasi M untuk ukuran sampel yang berbeda.
5. Menganalisis nilai RSE yang dihasilkan dari model regresi *robust* estimasi M dengan fungsi pembobot *Bisquare* Tukey dan Huber.

## 3. HASIL DAN PEMBAHASAN (ATAU JUDUL LAIN YANG SESUAI)

Penelitian ini membahas mengenai pengaruh persentase besarnya *outlier* terhadap nilai RSE dan MAD model regresi linier sederhana dengan metode OLS dan *robust* estimasi M, pengaruh besarnya ukuran sampel terhadap nilai RSE dan MAD model regresi linier sederhana dengan metode OLS dan *robust* estimasi M, serta perbandingan fungsi pembobot *Bisquare* Tukey dan Huber pada model regresi *robust* Estimasi M.

### 3.1 Pengaruh Persentase Besarnya *Outlier* terhadap Nilai RSE dan MAD Model Regresi Linier Sederhana dengan Metode OLS dan *Robust* Estimasi M

Data hasil bangkitan *software* R dengan ukuran sampel 30, 60, 90, 120, dan 150 serta besarnya *outlier* yang berbeda-beda akan menghasilkan model regresi

linier sederhana dengan metode OLS dan *robust* estimasi M dengan nilai RSE dan MAD yang berbeda pula. Rata-rata nilai RSE dan MAD model regresi linier sederhana dengan metode OLS dan *robust* estimasi M untuk ukuran sampel 30, 60, 90, 120, dan 150 serta besarnya *outlier* dari 6% hingga 25% setelah dilakukan simulasi sebanyak 500 kali ditunjukkan pada tabel berikut ini. Dalam hal ini, fungsi pembobot yang digunakan pada metode *robust* estimasi M yaitu fungsi pembobot *Bisquare* Tukey dan Huber.

**Tabel 3.1** Rata-rata Nilai RSE dan MAD dari Berbagai Persentase Besarnya *Outlier* untuk $n = 30$

| Persentase *Outlier* | OLS | | *Bisquare* Tukey | | Huber | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| (%) | RSE | MAD | RSE | MAD | RSE | MAD |
| 6-10 | 81,03967 | 21,99050 | 12,43572 | 8,36495 | 13,29583 | 8,82893 |
| 11-15 | 84,41002 | 17,27366 | 12,71542 | 8,59350 | 13,31866 | 8,81255 |
| 16-20 | 90,03780 | 13,08412 | 12,66265 | 8,57097 | 12,97101 | 8,67741 |
| 21-25 | 86,85008 | 8,03701 | 10,83937 | 7,27252 | 10,80487 | 7,20970 |

**Tabel 3.2** Rata-rata Nilai RSE dan MAD dari Berbagai Persentase Besarnya *Outlier* untuk $n = 60$

| Persentase *Outlier* | OLS | | *Bisquare* Tukey | | Huber | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| (%) | RSE | MAD | RSE | MAD | RSE | MAD |
| 6-10 | 82,98336 | 21,12680 | 12,57463 | 8,45955 | 12,97536 | 8,71716 |
| 11-15 | 85,54634 | 14,66243 | 12,78893 | 8,63522 | 13,03056 | 8,71524 |
| 16-20 | 90,13810 | 11,23843 | 12,69518 | 8,61330 | 12,91745 | 8,63316 |
| 21-25 | 91,62435 | 7,91532 | 11,11776 | 7,54070 | 11,18155 | 7,52355 |

**Tabel 3.3** Rata-rata Nilai RSE dan MAD dari Berbagai Persentase Besarnya *Outlier* untuk $n = 90$

| Persentase *Outlier* | OLS | | *Bisquare* Tukey | | Huber | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| (%) | RSE | MAD | RSE | MAD | RSE | MAD |
| 6-10 | 83,79426 | 21,13207 | 12,65618 | 8,56030 | 13,07959 | 8,82937 |
| 11-15 | 85,34796 | 14,27493 | 12,80051 | 8,64982 | 12,98994 | 8,70891 |
| 16-20 | 90,33013 | 10,81080 | 12,76038 | 8,62351 | 12,88612 | 8,64259 |
| 21-25 | 93,34083 | 7,96294 | 11,47589 | 7,74031 | 11,46563 | 7,73615 |

**Tabel 3.4** Rata-rata Nilai RSE dan MAD dari Berbagai Persentase Besarnya *Outlier* untuk $n = 120$

| Persentase *Outlier* | OLS | | *Bisquare* Tukey | | Huber | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| (%) | RSE | MAD | RSE | MAD | RSE | MAD |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 6-10 | 84,10203 | 20,92755 | 12,67264 | 8,55879 | 13,04583 | 8,75921 |
| 11-15 | 85,79836 | 13,68622 | 12,87367 | 8,68720 | 12,99685 | 8,74898 |
| 16-20 | 89,89571 | 10,41897 | 12,78685 | 8,64458 | 12,88361 | 8,66986 |
| 21-25 | 93,53626 | 8,03282 | 11,53602 | 7,80454 | 11,55441 | 7,77807 |

**Tabel 3.5** Rata-rata Nilai RSE dan MAD dari Berbagai Persentase Besarnya *Outlier* untuk $n = 150$

| **Persentase *Outlier*** | **OLS** | | ***Bisquare* Tukey** | | **Huber** | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **(%)** | **RSE** | **MAD** | **RSE** | **MAD** | **RSE** | **MAD** |
| 6-10 | 84,95854 | 20,92755 | 12,77809 | 8,61875 | 13,17902 | 8,85145 |
| 11-15 | 85,46219 | 13,35651 | 12,92803 | 8,73892 | 13,08302 | 8,81193 |
| 16-20 | 90,27443 | 10,19088 | 12,80604 | 8,62750 | 12,88217 | 8,67620 |
| 21-25 | 93,19271 | 8,09912 | 11,69043 | 7,88407 | 11,67715 | 7,88407 |

Berdasarkan tabel di atas, diperoleh bahwa nilai RSE pada model regresi linier sederhana dengan metode OLS lebih besar jika dibandingkan dengan nilai RSE yang dihasilkan metode *robust* estimasi M baik dengan fungsi pembobot *Bisquare* Tukey maupun Huber. Maka dari itu, metode *robust* estimasi M merupakan salah satu metode yang dapat digunakan untuk mengatasi adanya *outlier*. Tak hanya itu, nilai RSE untuk model regresi *robust* estimasi M baik dengan fungsi pembobot *Bisquare* Tukey maupun Huber juga tidak mengalami perubahan yang signifikan seiring dengan bertambahnya persentase jumlah *outlier*. Hal ini berarti besarnya persentase *outlier* tidak berpengaruh pada model. Berbeda dengan metode *robust* estimasi M, nilai RSE yang dihasilkan metode OLS cenderung mengalami kenaikan seiring dengan bertambahnya persentase *outlier*. Hal ini dikarenakan persentase jumlah *outlier* pada metode OLS dapat mempengaruhi nilai RSE yang dihasilkan. Meskipun demikian, setiap kenaikan persentase besarnya *outlier* pada $n = 30$ nilai RSE yang dihasilkan dengan metode OLS M masih fluktuatif. Akibatnya, metode ini kurang relevan jika digunakan untuk sampel berukuran 30. Sementara itu, untuk ukuran sampel 30, 60, 90, 120, dan 150 nilai RSE yang dihasilkan metode *robust* estimasi M juga masih fluktuatif. Dengan demikian metode *robust* estimasi M belum konsisten dan kurang relevan digunakan untuk ukuran sampel 30, 60, 90, 120, dan 150.

Jika dilihat kembali tabel di atas, maka diperoleh bahwa nilai MAD yang dihasilkan model regresi linier sederhana dengan metode OLS mengalami

perubahan cukup signifikan seiring dengan kenaikan persentase *outlier*. Perubahan tersebut dikarenakan nilai MAD dipengaruhi oleh besarnya persentase *outlier*. Kendati demikian, nilai MAD tersebut akan terus mengalami penurunan seiring dengan bertambahnya persentase *outlier*. Hal ini dikarenakan MAD bersifat *robust* terhadap *outlier*. Namun, nilai MAD yang dihasilkan model regresi *robust* estimasi M baik dengan fungsi pembobot *Bisquare* Tukey maupun Huber cenderung tidak mengalami perubahan untuk setiap kenaikan persentase *outlier*. Akibatnya, besarnya persentase *outlier* tidak mempengaruhi nilai MAD yang dihasilkan metode ini.

## 3.2 Pengaruh Besarnya Ukuran Sampel terhadap Nilai RSE dan MAD Model Regresi Linier Sederhana dengan Metode OLS dan *Robust* Estimasi M

Selain menganalisis pengaruh besarnya persentase *outlier* terhadap nilai RSE dan MAD model regresi linier sederhana dengan metode OLS dan *robust* estimasi M, penelitian ini juga membahas pengaruh besarnya ukuran sampel terhadap nilai RSE dan MAD model regresi linier sederhana dengan metode OLS dan *robust* estimasi M dengan fungsi pembobot *Bisquare* Tukey dan Huber. Berikut ini adalah tabel rata-rata nilai RSE dan MAD dari 500 simulasi data untuk *outlier* 6-10%, 11-15%, 16-20%, dan 21-25% dengan besarnya ukuran sampel yang berbeda-beda.

**Tabel 3.6** Rata-rata Nilai RSE dan MAD dari Berbagai Ukuran Sampel untuk *Outlier* 6-10%

| Ukuran Sampel | OLS | | *Bisquare* Tukey | | Huber | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | RSE | MAD | RSE | MAD | RSE | MAD |
| 30 | 81,03967 | 21,99050 | 12,43572 | 8,36495 | 13,29583 | 8,82893 |
| 60 | 82,98336 | 21,12680 | 12,57463 | 8,45955 | 12,97536 | 8,71716 |
| 90 | 83,79426 | 21,13207 | 12,65618 | 8,56030 | 13,07959 | 8,82937 |
| 120 | 84,10203 | 20,92755 | 12,67264 | 8,55879 | 13,04583 | 8,75921 |
| 150 | 84,95854 | 20,46946 | 12,77809 | 8,61875 | 11,69043 | 8,85145 |

**Tabel 3.7** Rata-rata Nilai RSE dan MAD dari Berbagai Ukuran Sampel untuk *Outlier* 11-15%

| Ukuran Sampel | OLS | | *Bisquare* Tukey | | Huber | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | RSE | MAD | RSE | MAD | RSE | MAD |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 30 | 84,41002 | 17,27366 | 12,71542 | 8,59350 | 13,31866 | 8,81255 |
| 60 | 85,54634 | 14,66243 | 12,78893 | 8,63522 | 13,03056 | 8,71524 |
| 90 | 85,34796 | 14,27493 | 12,80051 | 8,64982 | 12,98994 | 8,70891 |
| 120 | 85,79836 | 13,68622 | 12,87367 | 8,68720 | 12,99685 | 8,74898 |
| 150 | 85,46219 | 13,35651 | 12,92803 | 8,73892 | 13,08302 | 8,81193 |

**Tabel 3.8** Rata-rata Nilai RSE dan MAD dari Berbagai Ukuran Sampel untuk *Outlier* 16-20%

| **Ukuran Sampel** | **OLS** | | ***Bisquare* Tukey** | | **Huber** | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | **RSE** | **MAD** | **RSE** | **MAD** | **RSE** | **MAD** |
| 30 | 90,03780 | 13,08412 | 12,66265 | 8,57097 | 12,97101 | 8,67741 |
| 60 | 91,62435 | 11,23843 | 12,69518 | 8,61330 | 12,91745 | 8,63316 |
| 90 | 90,33013 | 10,81080 | 12,76038 | 8,62351 | 12,88612 | 8,64259 |
| 120 | 89,89571 | 10,41897 | 12,78685 | 8,64458 | 12,88361 | 8,66986 |
| 150 | 90,27443 | 10,19088 | 12,80604 | 8,62750 | 12,88217 | 8,67620 |

**Tabel 3.9** Rata-rata Nilai RSE dan MAD dari Berbagai Ukuran Sampel untuk *Outlier* 21-25%

| **Ukuran Sampel** | **OLS** | | ***Bisquare* Tukey** | | **Huber** | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | **RSE** | **MAD** | **RSE** | **MAD** | **RSE** | **MAD** |
| 30 | 91,85008 | 8,03701 | 10,83937 | 7,27252 | 10,80487 | 7,20970 |
| 60 | 86,85008 | 7,91532 | 11,11776 | 7,54070 | 11,18155 | 7,52355 |
| 90 | 93,34083 | 7,96294 | 11,47589 | 7,74031 | 11,46563 | 7,73615 |
| 120 | 93,53626 | 8,03282 | 11,53602 | 7,80454 | 11,55441 | 7,77807 |
| 150 | 93,19271 | 8,09912 | 11,69043 | 7,90328 | 11,67715 | 7,88407 |

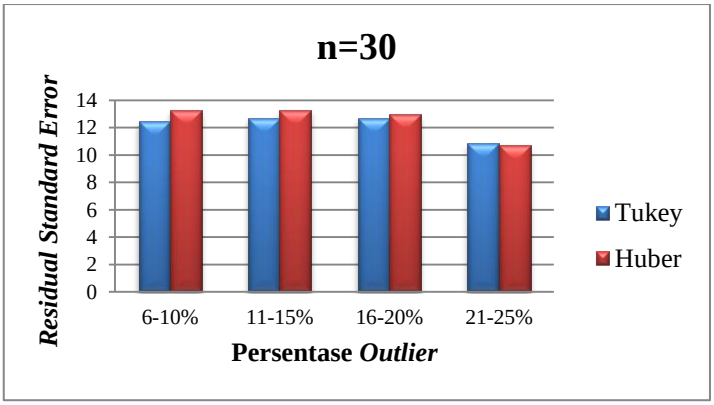
Tabel di atas menjelaskan bahwa nilai RSE model regresi linier sederhana dengan metode OLS cenderung tidak mengalami perbedaan untuk ukuran sampel berbeda, sehingga nilai RSE yang dihasilkan oleh model regresi linier sederhana pada metode OLS tidak dipengaruhi oleh besarnya ukuran sampel. Namun, untuk *outlier* 21-25% nilai RSE tersebut mengalami perbedaan dikarenakan persentase *outlier* yang tinggi. Hal ini berarti nilai RSE yang dihasilkan oleh model ini dipengaruhi oleh persentase besarnya *outlier*. Sementara itu, nilai RSE yang dihasilkan model regresi *robust* estimasi M baik dengan fungsi pembobot *Bisquare* Tukey maupun Huber tidak mengalami banyak perbedaan. Hal ini dikarenakan model regresi *robust* tidak dipengaruhi oleh persentase besarnya *outlier*.

Tabel di atas juga memberikan informasi bahwa nilai MAD yang dihasilkan model regresi linier sederhana dengan metode OLS tidak mengalami perubahan.

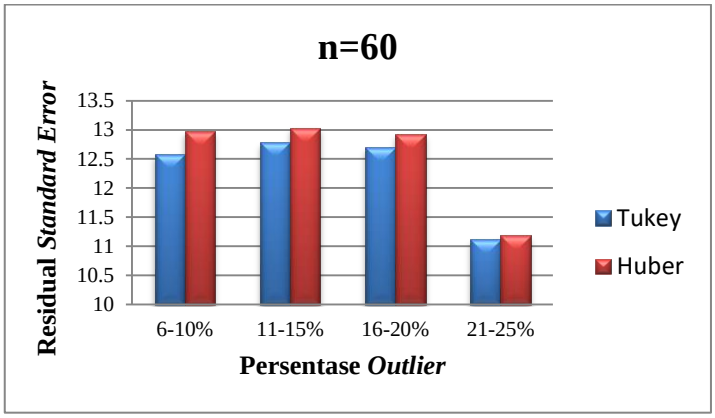
Hal ini dikarenakan nilai MAD yang dihasilkan model ini tidak dipengaruhi oleh besarnya ukuran sampel. Namun, untuk besarnya persentase *outlier* 11-15%, 16-20%, dan 21-25% nilai MAD yang dihasilkan model ini mengalami sedikit perbedaan untuk setiap kenaikan persentase *outlier*. Hal ini dikarenakan besarnya persentase *outlier* yang cukup tinggi, sehingga mempengaruhi model yang dihasilkan. Sementara itu, nilai MAD yang dihasilkan oleh model regresi *robust* estimasi M dengan fungsi pembobot *Bisquare* Tukey dan Huber tidak mengalami perubahan yang signifikan untuk ukuran sampel yang berbeda. Dengan demikian, besarnya ukuran sampel tidak mempengaruhi nilai MAD yang dihasilkan model regresi *robust* estimasi M.

### a. Perbandingan Fungsi Pembobot *Bisquare* Tukey dan Huber pada Model Regresi *Robust* Estimasi M

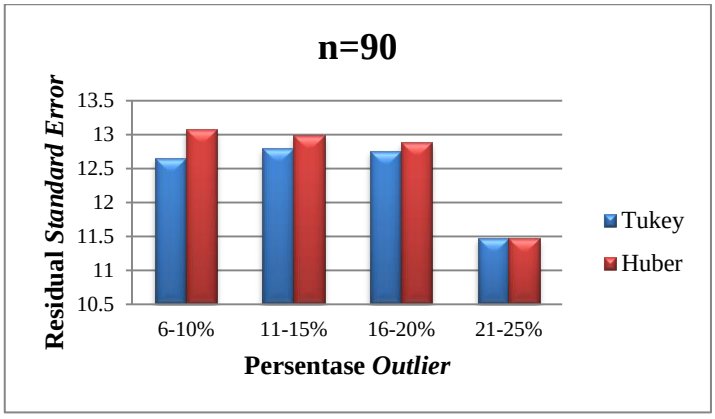
Penggunaan fungsi pembobot yang berbeda pada model regresi *robust* estimasi M akan menghasilkan estimator model yang berbeda pula. Penentuan model terbaik dari regresi *robust* estimasi M dengan menggunakan fungsi pembobot *Bisquare* Tukey dan Huber yaitu dengan membandingkan nilai RSE dari masing-masing model. Model terbaik dipilih dari model yang memiliki nilai RSE paling kecil. Dalam hal ini nilai MAD tidak dapat digunakan untuk menentukan model terbaik dikarenakan nilai MAD tersebut kurang dapat menggambarkan variansi dari sebuah model.



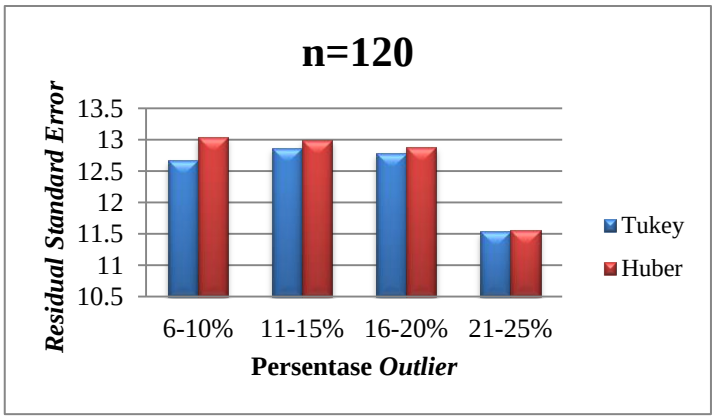

**Gambar 3.1** Grafik Nilai RSE Fungsi Pembobot *Bisquare* Tukey dan Huber untuk $n = 30$



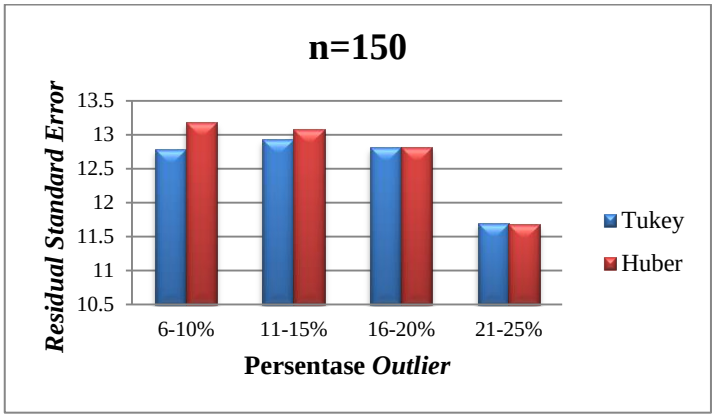

**Gambar 3.2** Grafik Nilai RSE Fungsi Pembobot *Bisquare* Tukey dan Huber untuk $n = 60$




**Gambar 3.3** Grafik Nilai RSE Fungsi Pembobot *Bisquare* Tukey dan Huber untuk $n = 90$




**Gambar 3.4** Grafik Nilai RSE Fungsi Pembobot *Bisquare* Tukey dan Huber untuk $n = 120$




**Gambar 3.5** Grafik Nilai RSE Fungsi Pembobot *Bisquare* Tukey dan Huber untuk $n = 150$

Perbedaan nilai RSE untuk fungsi pembobot *Bisquare* Tukey dan Huber dari berbagai karakteristik data dapat dilihat pada gambar di atas. Berdasarkan gambar tersebut diperoleh bahwa nilai RSE yang dihasilkan oleh fungsi pembobot *Bisquare* Tukey dan Huber tidak berbeda jauh, meskipun nilai RSE yang dihasilkan dari fungsi pembobot *Bisquare* Tukey cenderung lebih kecil jika dibandingkan dengan fungsi pembobot Huber. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa model regresi *robust* estimasi M dengan fungsi pembobot *Bisquare* Tukey dinilai hampir sama baiknya dengan model regresi *robust* estimasi M dengan fungsi pembobot Huber.

## 4. KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan dapat diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut.

1. Nilai RSE dan MAD yang dihasilkan oleh model regresi linier sederhana dengan metode OLS dipengaruhi oleh persentase besarnya *outlier*.
2. Nilai RSE yang dihasilkan oleh model regresi *robust* estimasi M untuk ukuran sampel 30, 60, 90, 120, dan 150 cenderung fluktuatif seiring dengan perubahan besarnya persentase *outlier*.
3. Nilai MAD yang dihasilkan oleh model regresi *robust* estimasi M tidak dipengaruhi oleh besarnya persentase *outlier* maupun ukuran sampel.

4. Metode *robust* estimasi M dengan fungsi pembobot *Bisquare* Tukey hampir sama baiknya dengan metode *robust* estimasi M dengan fungsi pembobot Huber.

Untuk penelitian selanjutnya, diharapkan dapat dilakukan kajian dengan besarnya ukuran sampel dan persentase *outlier* yang berbeda. Selain itu, penelitian selanjutnya diharapkan juga mengkaji berbagai karakteristik data pada metode regresi *robust* lainnya, seperti metode estimasi S, estimasi MM, dan estimasi LTS.

## DAFTAR PUSTAKA

Chen, C., *Robust Regression and Outlier Detection with Robustreg Procedure*, SUGI paper, 265-267, SAS Institute: Cary, NC, 2002.

Draper, N.R. dan Smith, H., *Analisis Regresi Terapan Edisi Kedua*, PT Gramedia, Jakarta, 1992.

Maulana, H., *Kajian Metode Regresi Robust Penaksir M Menggunakan Fungsi Pembobot Huber dan Bisquare Tukey pada Regresi Linear Berganda*, Skripsi, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Purwokerto, Universitas Jenderal Soedirman, 2016.

Ryan, T.P., *Modern Regression Methods*, John Wiley & Son, Inc., Canada, 1997.