

## MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN VIRUS NIPAH (NiV) DENGAN KONTROL OPTIMAL MENGGUNAKAN METODE PONTRYAGIN MAXIMUM PRINCIPLE (PMP)

**Nur Ilmayasinta\***

Prodi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Islam Lamongan  
nurilma@unisla.ac.id

**Annisa Rahmita Soemarsono**

Prodi Matematika Institut Teknologi Kalimantan

**Erra Noer Rohmania Aishwaray**

Prodi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Islam Lamongan

**ABSTRACT.** *The use of optimal intervention strategies to prevent the spread of Nipah virus (NiV) by applying optimal control approaches is discussed in this article. To begin, we developed a dynamic model of NiV infection as well as three control strategies: public awareness, treatment, and quarantine. The study's goal was to lower the number of affected patients while lowering the three control costs. The Pontryagin maximum concept will be used to characterize optimal control, followed by numerical simulations using the Runge Kutta method of order 4. The simulation findings suggest that the optimal control technique is effective in reducing the appropriate cost of infected individuals while also providing three ideal controls. Early control measures can also effectively prevent the spread of the Nipah virus, according to numerical simulations.*

**Keywords:** *Mathematical Modelling, Nipah Virus (NiV), Optimal Control, Pontryagin's Maximum Principle.*

**ABSTRAK.** Artikel ini membahas tentang penggunaan strategi intervensi yang optimal untuk menahan penyebaran virus Nipah (NiV) dengan menggunakan teknik pengendalian yang optimal. Pertama, kami membuat model dinamis infeksi NiV dan tiga strategi kontrol yaitu kontrol kesadaran masyarakat, pengobatan dan karantina. Tujuan penelitian adalah untuk mengurangi jumlah orang yang terinfeksi dan meminimalkan ketiga biaya pengendalian. Karakterisasi kontrol optimal menggunakan prinsip maksimum pontryagin, yang selanjutnya akan dilakukan simulasi numerik menggunakan metode Runge Kutta orde 4. Hasil simulasi yang dilakukan menunjukkan bahwa teknik kontrol optimal efektif dalam mengurangi jumlah individu yang terinfeksi. Simulasi numerik yang dilakukan juga menunjukkan bahwa strategi pengendalian dini dapat efektif mengendalikan penyebaran virus Nipah.

**Kata Kunci:** Kontrol Optimal, Model Matematika, Prinsip Maksimum Pontryagin, Virus Nipah (NiV).

---

\*Penulis Korespondensi

Info Artikel : dikirim 18 April 2022; direvisi 29 Jun. 2022; diterima 30 Jun. 2022.

## 1. PENDAHULUAN

Virus adalah parasit berukuran mikroskopik yang menginfeksi sel organisme biologis. Virus memiliki peran yang dapat menguntungkan dan merugikan bagi manusia. Virus yang menguntungkan berfungsi untuk membuat antitoksin, melemahkan bakteri, memproduksi vaksin dan menyerang patogen. Peran lain dari virus yang merugikan antara lain seperti diantaranya virus influenza, Flu burung, Tetelo pada Unggas, Virus Nipah dan lain sebagainya.

Pada penelitian ini, membahas mengenai model matematika penyebaran virus yang dapat merugikan manusia yakni Virus Nipah (NiV). Virus Nipah merupakan anggota genus *Henipavirus*, kelas virus baru di keluarga *Paramyxoviridae*. Virus ini menarik perhatian sebagai virus zoonosis yang muncul di wilayah Asia Selatan dan Asia Tenggara (Chong et al., 2008). Penyakit menular yang muncul ini telah menjadi salah satu ancaman kesehatan masyarakat yang paling mengkhawatirkan terutama karena wabah periodik dan tingginya angka kematian (Directorate General of Health Services. Ministry of Health and Family Welfare & Bangladesh, n.d.). Nipah menyebabkan penyakit parah yang ditandai dengan peradangan pada otak (ensefalitis) dan sering dikenal dengan penyakit pernapasan. Virus Nipah dapat menular dari hewan ke manusia, dan juga dapat menular langsung dari manusia ke manusia.

Banyak penelitian yang sudah dilakukan oleh para ilmuwan mengenai virus ini, khususnya dalam bidang matematika. (Biswas et al., 2013; Chong et al., 2008; Mondal et al., 2017; Pontryagin, 1986; Sultana & Podder, 2016; Zewdie & Gakkhar, 2020). Biswas (Biswas et al., 2013) Model tipe SIR untuk infeksi NiV telah dirumuskan secara matematis dan kemudian dianalisis secara numerik. Penelitian ini dapat membantu para dokter dan ahli biologi untuk menentukan dan memperoleh strategi pengendalian dan pencegahan dari infeksi virus nipah yang mematikan ini. Zewdie (Zewdie & Gakkhar, 2020) mengusulkan model SIRD dan menyajikan dampak kontak tanpa pelindung dengan mayat individu yang terinfeksi Nipah dan pembuangannya (penguburan atau kremasi) terhadap penyebaran infeksi Nipah. Sultana (Sultana & Podder, 2016) melakukan analisis model matematika dari infeksi virus Nipah. Penelitian ini juga membahas

mengenai kontrol optimal pada model matematika yang digunakan, dimana kontrol yang diberikan berupa menciptakan kesadaran di kalangan masyarakat dan pengobatan. Penelitian tersebut menunjukkan bahwa dari simulasi yang dilakukan bahwa kombinasi pengobatan yang optimal dan menciptakan kesadaran, efektif untuk eliminasi penyakit. Salah satu cara yang dapat dilakukan untuk mengurangi penyebaran virus Nipah adalah dengan meningkatkan kesadaran tentang faktor-faktor risiko dan memberikan sosialisasi dalam upaya mengurangi resiko terpapar oleh virus tersebut, memberikan pengobatan serta karantina, karena vaksin untuk virus tersebut belum ditemukan.

Berdasarkan permasalahan diatas, penelitian ini membahas model matematika penyebaran virus Nipah dengan membagi kelas terinfeksi kedalam dua kelas, yaitu terinfeksi ringan dan terinfeksi berat, yang selanjutnya diberikan kontrol optimal. Kontrol yang diberikan berupa upaya peningkatan kesadaran individu, pengobatan dan karantina. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menurunkan jumlah individu terinfeksi, serta memberikan informasi kepada pemerintah terkait virus Nipah dan penelitian selanjutnya.

## **2. HASIL DAN PEMBAHASAN**

### **2.1 Model Matematika Penyebaran Virus Nipah**

Virus Nipah adalah virus zoonosis dan ditransmisikan terlebih dahulu dari hewan ke manusia. Seiring dengan perkembangan dari virus tersebut, setelah ditransmisikan ke manusia maka virus tersebut dapat ditularkan dari manusia ke manusia oleh kontak langsung dengan yang terinfeksi. Pada penelitian ini model  $S(t); I_a(t); I_b(t)$  dan  $R(t)$  menunjukkan jumlah individu dalam kelas yang rentan, terinfeksi ringan, terinfeksi berat dan pulih pada masing-masing waktu  $t$ . Jumlah populasi pada waktu  $t$  diwakili oleh :  $N(t) = S(t) + I_a(t) + I_b(t) + R(t)$ .

Penelitian ini menganggap sistem persamaan diferensial nonlinier yang digunakan adalah sejenis model penyakit SIR standar dengan membagi  $I$  (jumlah individu terinfeksi) menjadi dua bagian yakni  $I_a$  mewakili jumlah individu terinfeksi ringan,  $I_b$  mewakili jumlah individu yang terinfeksi berat yang nantinya

masing-masing persamaan *state* dari model matematika penyebaran virus Nipah diberikan kontrol yang berbeda, untuk menggambarkan dinamika infeksi Virus Nipah (NiV) di masyarakat. Model matematika SIR virus Nipah adalah sebagai berikut :

$$S'(t) = vN(t) - \beta S(t)I_a(t) - \beta S(t)I_b(t) - \mu S(t)$$

$$I'_a(t) = \beta S(t)I_a(t) - (\gamma + \mu + \alpha)I_a(t)$$

$$I'_b(t) = \beta S(t)I_b(t) - (\gamma + \mu + \alpha)I_b(t)$$

$$R'(t) = \gamma I_a(t) + \gamma I_b(t) - \mu R(t)$$

$$N'(t) = vN(t) - \alpha I_a(t) - \alpha I_b(t) - \mu N(t)$$

dengan kondisi awal,  $S(0) = S_0 \geq 0, I_a(0) = I_{a0} \geq 0, I_b(0) = I_{b0} \geq 0, R(0) = R_0 \geq 0, N(0) = N_0$  dan parameter  $\beta$  mewakili tingkat efektifitas kontak/interaksi antar kontak,  $v$  adalah tingkat kelahiran alami,  $\mu$  adalah tingkat kematian alami,  $\gamma$  adalah tingkat pemulihan dan mewakili tingkat kematian akibat penyakit.

Belum ditemukannya vaksinasi yang tepat atau obat yang tepat untuk virus NiV maka pada penelitian ini diperkenalkan tiga strategi kontrol, kontrol  $u_1(t)$  mengukur upaya yang dibutuhkan untuk meningkatkan kesadaran masyarakat akan bahaya virus NiV yang menghasilkan pengurangan tingkat transmisi ( $\beta$ ), kontrol  $u_2(t)$  mengukur upaya yang diperlukan untuk memberikan perawatan kesehatan berupa pengobatan dan kontrol  $u_3(t)$  berupa karantina bagi orang yang terinfeksi untuk mengurangi orang yang terinfeksi. Dengan demikian, model matematika untuk pendalian virus NiV dengan tiga strategi kontrol dapat dituliskan sebagai berikut :

$$S'(t) = vN(t) - \beta S(t)I_a(t) - \beta S(t)I_b(t) - (\mu + u_1)S(t) \quad (1)$$

$$I'_a(t) = \beta S(t)I_a(t) - (\gamma + \mu + \alpha)I_a(t) - (u_2 + u_3)I_a(t) \quad (2)$$

$$I'_b(t) = \beta S(t)I_b(t) - (\gamma + \mu + \alpha)I_b(t) - (u_2 + u_3)I_b(t) \quad (3)$$

$$R'(t) = \gamma I_a(t) + \gamma I_b(t) - \mu R(t) + u_1 S(t) + (u_2 + u_3)I_a(t) + (u_2 + u_3)I_b(t) \quad (4)$$

$$N'(t) = vN(t) - \alpha I_a(t) - \alpha I_b(t) - \mu N(t) \quad (5)$$

dengan kondisi awal  $S(0) = S_0 \geq 0, I_a(0) = I_{a0} \geq 0, I_b(0) = I_{b0} \geq 0, R(0) = R_0 \geq 0, N(0) = N_0$ .

Tujuan utama dari penelitian ini adalah untuk meminimalkan jumlah individu yang terinfeksi serta meminimalkan biaya yang diperlukan untuk menciptakan kesadaran akan bahaya virus NiV, pengobatan, dan karantina pada interval waktu yang ditentukan. Untuk pemenuhan tujuan tersebut, maka fungsi tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} J(u_1(t), u_2(t), u_3(t)) \\ = \int_0^T \left( A_1 I_a(t) + A_2 I_b(t) + \frac{1}{2} (B_1 u_1^2(t) + B_2 u_2^2(t) + B_3 u_3^2(t)) \right) dt \quad (6) \end{aligned}$$

dimana  $B_1, B_2$  dan  $B_3$  adalah parameter bobot yang membantu menyeimbangkan biaya yang sesuai pada masing-masing kontrol. Dengan batas-batas kontrol yang ditetapkan sebagai berikut :  $U = \{(u_1(t), u_2(t), u_3(t)) : 0 \leq u_1(t) \leq 1, 0 \leq u_2(t) \leq 1, 0 \leq u_3(t) \leq 1, t \in [0, T]\}$ . Pada fungsi objektif,  $A_1 I_a$  dan  $A_2 I_b$  mewakili jumlah total individu yang terinfeksi ringan dan terinfeksi berat.

## 2.2 Simulasi Numerik

Untuk mendapatkan kondisi yang diperlukan agar pengendalian virus menjadi optimal maka akan digunakan prinsip maksimum pontryagin. Prinsip ini mengubah sistem dan fungsionalitas menjadi masalah yang meminimalkan sebuah fungsi Hamiltonian  $H$  yang berhubungan dengan  $u_1, u_2$  dan  $u_3$ . Pada fungsi objektif, nilai  $A_1$  dan  $A_2$  adalah parameter penyeimbang,  $B_1, B_2$ , dan  $B_3$  parameter bobot yang menyeimbangkan biaya. Pada penelitian ini, simulasi dilakukan untuk seluruh persamaan model yang ada, yang dalam hal ini adalah  $S; I_a; I_b; R$ ; dan  $N$ .

Adapun langkah-langkah penyelesaian kontrol optimal menggunakan metode PMP adalah sebagai berikut (Ilmayasinta et al., 2021; Ilmayasinta & Purnawan, 2021; Mardijah et al., 2018, 2019; Pontryagin, 1986) :

1. model dinamik virus NiV dengan pemberian kontrol pada persamaan (1-5);

2. fungsi tujuan pada penelitian ini diberikan pada persamaan (6);

3. Langkah-langkah penyelesaian :

- membentuk fungsi Hamiltonian

$$\begin{aligned}
 H(S, I_a, I_b, R, N) &= A_1 I_a + A_2 I_b + B_1 \frac{u_1^2}{2} + B_2 \frac{u_2^2}{2} + B_3 \frac{u_3^2}{2} \\
 &+ \lambda_S (vN - \beta S I_a - \beta S I_b - \mu S - u_1 S) \\
 &+ \lambda_{I_a} (\beta I_a - (\gamma + \mu + \alpha) I_a - (u_2 + u_3) I_a) \\
 &+ \lambda_{I_b} (\beta S I_b - (\gamma + \mu + \alpha) I_b - (u_2 + u_3) I_b) \\
 &+ \lambda_R (\gamma I_a + \gamma I_b - \mu R + u_1 S + (u_2 + u_3) I_a + (u_2 + u_3) I_b) \\
 &+ \lambda_N (vN - \alpha I_a - \alpha I_b - \mu N)
 \end{aligned} \tag{7}$$

dengan  $\lambda_S, \lambda_{I_a}, \lambda_{I_b}, \lambda_R, \lambda_N$  adalah adjoin pada masing-masing *state*  $S, I_a, I_b, R, N$ ;

- memaksimalkan  $H$  terhadap ketiga kontrol  $(u_1, u_2, u_3)$  untuk mendapatkan kontrol maksimal  $u^* = (u_1^*, u_2^*, u_3^*)$ :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial H}{\partial u_1} = 0 &\rightarrow u_1^* = \frac{S(\lambda_S - \lambda_R)}{B_1}, \\
 \frac{\partial H}{\partial u_2} = 0 &\rightarrow u_2^* = \frac{\lambda_{I_a} I_a + \lambda_{I_b} I_b - \lambda_R (I_a + I_b)}{B_2}, \\
 \frac{\partial H}{\partial u_3} = 0 &\rightarrow u_3^* = \frac{\lambda_{I_a} I_a + \lambda_{I_b} I_b - \lambda_R (I_a + I_b)}{B_3}.
 \end{aligned}$$

Sesuai dengan batas-batas nilai  $U$  yang telah ditetapkan pada penelitian ini yakni untuk  $U = \{(u_1(t), u_2(t), u_3(t)) : 0 \leq u_1(t) \leq 1, 0 \leq u_2(t) \leq 1, 0 \leq u_3(t) \leq 1, t \in [0, T]\}$ , untuk mengoptimalkan fungsi tujuan, diperoleh bentuk kontrol optimal sebagai berikut,

$$\begin{aligned}
 u_1^* &= \min \left\{ 1, \max \left\{ 0, \frac{S(\lambda_S - \lambda_R)}{B_1} \right\} \right\}, \quad u_2^* = \min \left\{ 1, \max \left\{ 0, \frac{\lambda_{I_a} I_a + \lambda_{I_b} I_b - \lambda_R (I_a + I_b)}{B_2} \right\} \right\}, \\
 u_3^* &= \min \left\{ 1, \max \left\{ 0, \frac{\lambda_{I_a} I_a + \lambda_{I_b} I_b - \lambda_R (I_a + I_b)}{B_3} \right\} \right\};
 \end{aligned}$$

- menentukan  $H^*$  optimal :

$$\begin{aligned}
H(S, I_a, I_b, R, N) &= A_1 I_a + A_2 I_b + B_1 \frac{u_1^2}{2} + B_2 \frac{u_2^2}{2} + B_3 \frac{u_3^2}{2} \\
&+ \lambda_S \left( vN - \beta S I_a - \beta S I_b - \mu S - \left( \min \left\{ 1, \max \left\{ 0, \frac{S(\lambda_S - \lambda_R)}{B_1} \right\} \right\} \right) S \right) \\
&+ \lambda_{I_a} \left( \beta S I_a - (\gamma + \mu + \alpha) I_a \right. \\
&\quad \left. - \left( \min \left\{ 1, \max \left\{ 0, \frac{\lambda_{I_a} I_a + \lambda_{I_b} I_b - \lambda_R (I_a + I_b)}{B_2} \right\} \right\} \right) I_a \right) \\
&+ \lambda_{I_b} \left( \beta S I_b - (\gamma + \mu + \alpha) I_b \right. \\
&\quad \left. - \left( \min \left\{ 1, \max \left\{ 0, \frac{\lambda_{I_a} I_a + \lambda_{I_b} I_b - \lambda_R (I_a + I_b)}{B_3} \right\} \right\} \right) I_b \right) \\
&+ \lambda_R \left( \gamma I_a + \gamma I_b - \mu R + \left( \min \left\{ 1, \max \left\{ 0, \frac{S(\lambda_S - \lambda_R)}{B_1} \right\} \right\} \right) S \right. \\
&\quad \left. + \left( \min \left\{ 1, \max \left\{ 0, \frac{\lambda_{I_a} I_a + \lambda_{I_b} I_b - \lambda_R (I_a + I_b)}{B_2} \right\} \right\} \right) I_a \right. \\
&\quad \left. + \left( \min \left\{ 1, \max \left\{ 0, \frac{\lambda_{I_a} I_a + \lambda_{I_b} I_b - \lambda_R (I_a + I_b)}{B_3} \right\} \right\} \right) I_b \right) \\
&+ \lambda_N (vN - \alpha I_a - \alpha I_b - \mu N);
\end{aligned}$$

- membentuk persamaan *state* dan *co-state* untuk memperoleh sistem yang optimal :

persamaan *state* :

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda_S} = vN(t) - \beta S(t)I_a(t) - \beta S(t)I_b(t) - (\mu + u_1)S(t)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda_{I_a}} = \beta S(t)I_a(t) - (\gamma + \mu + \alpha)I_a(t) - (u_2 + u_3)I_a(t)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda_{I_b}} = \beta S(t)I_b(t) - (\gamma + \mu + \alpha)I_b(t) - (u_2 + u_3)I_b(t)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda_R} = \gamma I_a(t) + \gamma I_b(t) - \mu R(t) + u_1 S(t) + (u_2 + u_3)I_a(t) + (u_2 + u_3)I_b(t)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda_N} = vN(t) - \alpha I_a(t) - \alpha I_b(t) - \mu N(t)$$

persamaan *co-state* :

$$\frac{\partial \lambda_S}{\partial t} = - \left( \frac{\partial H}{\partial S} \right) = -\lambda_S(-\beta I_a - \beta I_b - \mu - u_1) - \lambda_{I_a}(\beta I_a) - \lambda_{I_b}(\beta I_b) - \lambda_R u_1$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \lambda_{I_a}}{\partial t} &= - \left( \frac{\partial H}{\partial I_a} \right) \\ &= -A_1 + \lambda_S(\beta S) - \lambda_{I_a}(\beta S - \gamma - \mu - \alpha - u_2 - u_3) - \lambda_R(\gamma + u_2 + u_3) \\ &\quad + \lambda_N \alpha \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \lambda_{I_b}}{\partial t} &= - \left( \frac{\partial H}{\partial I_b} \right) \\ &= -A_2 + \lambda_S(\beta S) - \lambda_{I_b}(\beta S - \gamma - \mu - \alpha - u_2 - u_3) - \lambda_R(\gamma + u_2 + u_3) \\ &\quad + \lambda_N \alpha \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \lambda_R}{\partial t} = - \left( \frac{\partial H}{\partial R} \right) = \lambda_R \mu$$

$$\frac{\partial \lambda_N}{\partial t} = - \left( \frac{\partial H}{\partial N} \right) = -\lambda_S v - \lambda_N(v - \mu).$$

### 2.3 Simulasi

Solusi numerik pada sistem optimal diselesaikan dengan menggunakan MATLAB. Tiga kontrol yang dipertimbangkan  $(u_1, u_2, u_3)$  bergantung pada adjoint  $\lambda_S, \lambda_{I_a}, \lambda_{I_b}, \lambda_R, \lambda_N$  dari masing-masing variabel keadaan  $S, I_a, I_b, R, N$ . Nilai awal yang digunakan diambil dari penelitian sebelumnya (Zewdie & Gakkhar, 2020).

**Tabel 1.** Deskripsi dan Nilai Variabel.

Variabel	Deskripsi	Nilai
$S_0$	Individu yang rentan terkena virus	0,90
$I_{a_0}$	Individu yang terinfeksi 1	0,025
$I_{b_0}$	Individu yang terinfeksi 2	0,025
$R_0$	Individu yang sembuh	0,05
$N_0$	Populasi Virus NiV	1

Pada penelitian ini disimulasikan model tanpa kontrol dan model dengan kontrol, kemudian dibandingkan hasilnya. Penulis juga memantau keefektifan



parameter bobot untuk melihat bagaimana kontrol terkait dengan fungsi bobot. Dalam simulasi ini kita mengasumsikan nilai awal  $u_1, u_2, u_3$  sebagai proporsi, bukan bilangan bulat keseluruhan. Seperti yang telah diinformasikan sebelumnya bahwa untuk simulasi kontrol optimal kali ini menggunakan Matlab. Pada simulasi numerik, dalam penyelesaian masalah kontrol optimal digunakan metode numerik Runge-Kutta Orde 4. Untuk nilai-nilai parameter yang digunakan kita peroleh dari penelitian (Sultana & Podder, 2016) dan beberapa kita peroleh dari permisalan seperti yang tercantum pada Tabel 1 dan Tabel 2.

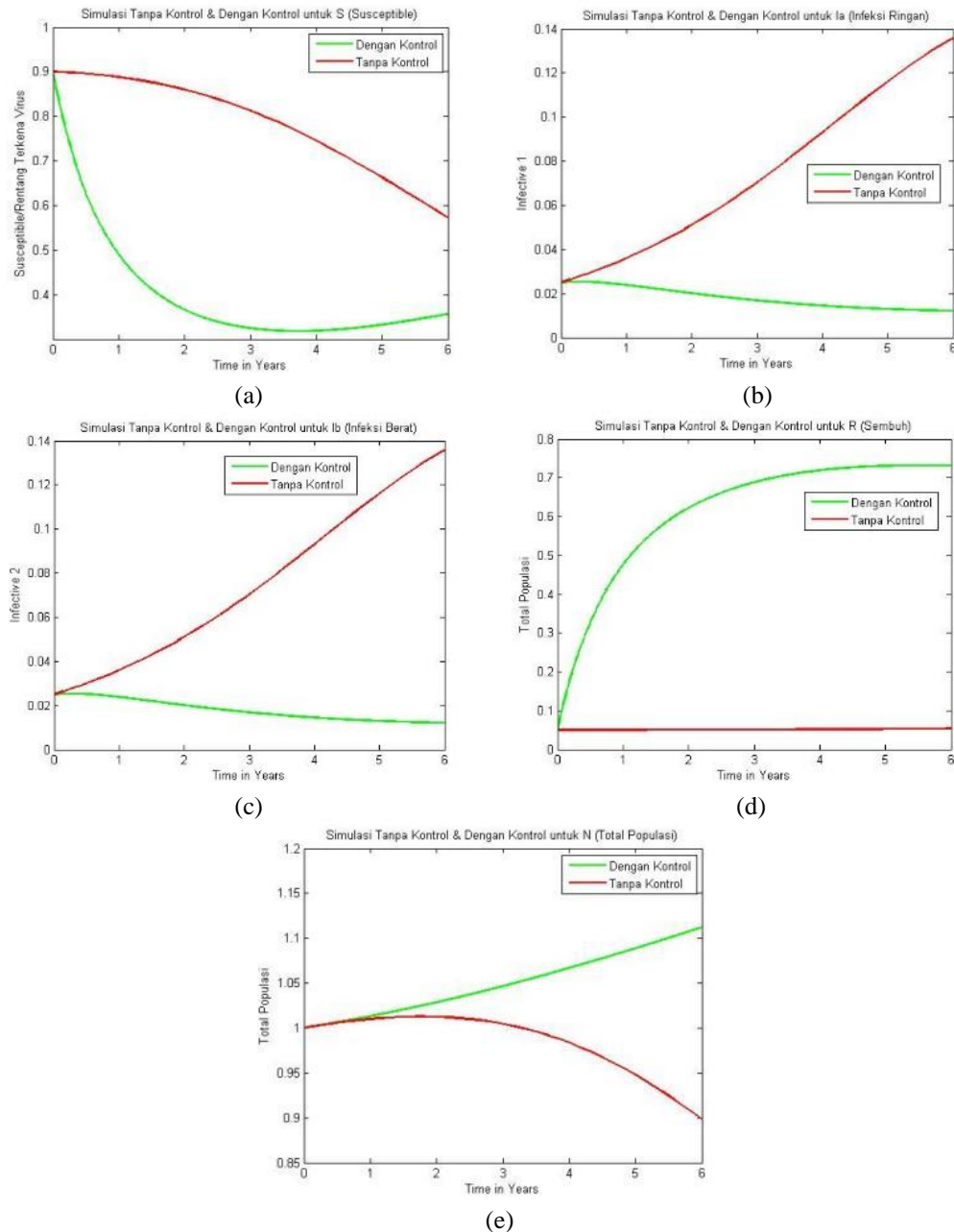
**Tabel 2.** Deskripsi dan Nilai Parameter.

Parameter	Deskripsi	Nilai
$\nu$	Rate kelahiran	0,03
$\mu$	Rate kematian	0,002
$\beta$	Rate kontak/interaksi	0,75
$\gamma$	Rate pemulihan	0,005
$\alpha$	Tingkat kematian akibat penyakit	0,3
$A_1$	Parameter penyeimbang	5
$A_2$	Parameter penyeimbang	5
$B_1$	Parameter bobot menyeimbangkan biaya	1
$B_2$	Parameter bobot menyeimbangkan biaya	2
$B_3$	Parameter bobot menyeimbangkan biaya	3
T	Batas waktu pengamatan dalam tahun	6

Pada Gambar 1 (a), menunjukkan laju perubahan individu yang rentan terkena virus ( $S$ ). Sebelum diberikan kontrol terlihat jumlah individu  $S$  cukup tinggi walaupun di tiap tahun pengamatan mengalami penurunan. Dengan adanya kontrol  $u_1$  yakni meningkatkan kesadaran masyarakat akan bahaya virus NiV maka pada grafik  $S$  terlihat penurunan laju perubahan individu yang rentan terkena virus. Mulai dari awal diberi kontrol telah mengalami penurunan yang sangat signifikan sampai di akhir tahun pengamatan. Dengan demikian kontrol  $u_1$  berjalan efektif.

Pada Gambar 1 (b), menunjukkan laju perubahan individu yang terinfeksi virus NiV. Dalam hal ini infeksiya tidak terlalu parah yang dimisalkan sebagai  $I_a$ . Sebelum diberikan kontrol  $u_2$  dan  $u_3$  terlihat bahwa gambar grafiknya selalu naik di tiap tahun pengamatan. Hal tersebut menunjukkan jumlah individu yang

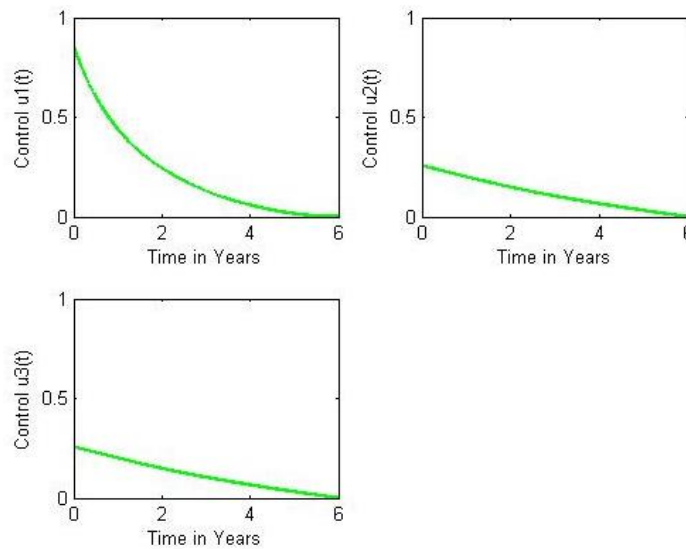
terinfeksi virus meningkat. Namun setelah diberi kontrol  $u_2$  dan  $u_3$ , individu yang terinfeksi tersebut berkurang secara signifikan.



**Gambar 1.** (a) Simulasi Tanpa dan dengan Kontrol untuk  $S$ , (b) Simulasi Tanpa dan dengan Kontrol untuk  $I_a$ , (c) Simulasi Tanpa dan dengan Kontrol untuk  $I_b$ , (d) Simulasi Tanpa dan dengan Kontrol untuk  $R$ , (e) Simulasi Tanpa dan dengan Kontrol untuk  $N$ .

Laju perubahan individu yang terinfeksi (berat) direpresentasikan pada Gambar 1 (c). Berdasarkan gambar tersebut terlihat bahwa tanpa adanya kontrol  $u_2$  dan  $u_3$  maka laju jumlah individu yang terinfeksi akan semakin meningkat tiap

tahunnya. Sedangkan setelah diberikan kontrol  $u_2$  dan  $u_3$ , laju jumlah individu yang terinfeksi mengalami penurunan sampai akhir pengamatan. Hal tersebut menunjukkan bahwa kontrol  $u_2$  dan  $u_3$  efektif untuk menurunkan jumlah individu yang terinfeksi ( $I_b$ ).



**Gambar 2.** Grafik Kontrol  $u_1, u_2, u_3$ .

Pada Gambar 1 (d), menunjukkan laju perubahan individu yang pulih (Recovery). Dari gambar tersebut terlihat tanpa adanya kontrol, jumlah individu yang pulih hampir menyentuh angka 0 dengan nilai yang sama dari waktu ke waktu, tidak ada peningkatan. Hal ini berarti jumlah individu yang terinfeksi terus bertambah dari waktu ke waktu. Namun setelah diberikan kontrol pada individu yang rentan terinfeksi dan individu yang terinfeksi maka jumlah individu yang berada pada tahap pemulihan ( $R$ ) terus meningkat. Hal tersebut menunjukkan bahwa ketiga kontrol yakni  $u_1, u_2, u_3$  efektif dalam meningkatkan angka pemulihan individu.

Laju perubahan jumlah total populasi sebelum dan setelah diberi kontrol direpresentasikan pada Gambar 1 (e). Sebelum adanya kontrol, terlihat bahwa grafik jumlah total populasi menurun. Hal tersebut dikarenakan jumlah individu yang meninggal karena penyakit meningkat. Namun setelah diberi kontrol  $u_1, u_2, u_3$  menunjukkan peningkatan.

Gambar 2 menunjukkan jumlah kontrol  $u_1, u_2, u_3$  yang digunakan dari tahun ke-0 sampai tahun ke-6. Dari grafik tersebut terlihat bahwa jumlah kontrol  $u_1, u_2, u_3$  dari tahun ke tahun mengalami penurunan. Hal ini berarti sangat penting menggunakan kontrol  $u_1, u_2, u_3$  pada awal-awal tahun agar individu yang rentan terinfeksi ( $S$ ), dan individu yang terinfeksi ( $I_a, I_b$ ) menurun drastis di tahun-tahun berikutnya. Dengan demikian, individu yang masuk ke tahap pemulihan ( $R$ ) dapat semakin meningkat di tahun berikutnya sampai ditahun akhir pengamatan.

### 3. KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan pembahasan di atas, dapat disimpulkan bahwa adanya kontrol  $u_1$  (meningkatkan kesadaran masyarakat akan bahaya virus),  $u_2$  (pengobatan), dan  $u_3$  (karantina) secara garis besar dapat menurunkan jumlah individu yang rentan terkena virus ( $S$ ), dan dapat menurunkan individu yang terinfeksi virus baik terinfeksi ringan ( $I_a$ ) maupun terinfeksi berat ( $I_b$ ). Berdasarkan hal tersebut, mengakibatkan jumlah individu yang masuk ke tahap pemulihan ( $R$ ) menjadi meningkat dan total populasi ( $N$ ) mengalami peningkatan.

### DAFTAR PUSTAKA

- Biswas, M. H. A., Wahiduzzaman, M., dan Sultana, R., *Outbreaks of Deadly Nipah Virus (NiV) Infections in Bangladesh: An Analysis of Mathematical Model*, International Conference on Engineering Research, Innovation and Education (ICERIE) 2013, January 2013.
- Chong, H. T., Hossain, M. J., dan Tan, C. T. (2008), *Differences in epidemiologic and clinical features of Nipah virus encephalitis between the Malaysian and Bangladesh outbreaks*, Neurology Asia, **13** (2008), 23–26.
- Directorate General of Health Services, Ministry of Health and Family Welfare, Government of the People's Republic of Bangladesh, *National Guideline for Management, Prevention and Control of Nipah Virus Infection including Encephalitis*, Desember 2011.
- Imayasinta, N., Anjarsari, E., dan Ahdi, M. W., *Optimal Control for Smoking*

- Epidemic Model*, Proceedings of the 7th International Conference on Research, Implementation, and Education of Mathematics and Sciences (ICRIEMS 2020), **528** (2021), 323–328.
- Ilmayasinta, N. dan Purnawan, H., *Optimal Control in A Mathematical Model of Smoking*, Journal of Mathematical and Fundamental Sciences, **53**(3) (2021), 380–394.
- Mardlijah, Ilmayasinta, N., dan Arif Irhami, E., *Optimal Control for Extraction Lipid Model of Microalgae Chlorella Vulgaris Using PMP method*, Journal of Physics: Conference Series, **1218**(1) (2019).
- Mardlijah, Ilmayasinta, N., Hanafi, L., dan Sanjaya, S., *Optimal Control of Lipid Extraction Model on Microalgae Using Linear Quadratic Regulator ( LQR ) and Pontryagin Maximum Principle ( PMP ) Methods*, Malaysian Journal of Industrial and Applied Mathematics, **34** (2018), 129–141.
- Mondal, M. K., Hanif, M., dan Biswas, M. H. A., *A Mathematical Aanalysis for Controlling the Spread of Nipah Virus Infection*, International Journal of Modelling and Simulation, **37**(3) (2017), 185–197.
- Pontryagin, L. S., *The Mathematical Theory of Optimal Processes : L.S. Pontryagin Selected Works*, **4** (1987).
- Sultana, J. dan Podder, C. N., *Mathematical Analysis of Optimal Control Theory on Underweight*, Advances in Research, **8**(5) (2016), 1–11.
- Zewdie, A. D. dan Gakkhar, S., *A Mathematical Model for Nipah Virus Infection*, Journal of Applied Mathematics, **2020** (2020), 1-10.

