Jurnal Ilmiah Matematika dan Pendidikan Matematika (JMP)
Vol. 12 No. 1, Juni 2020, hal. 25-33
ISSN (Cetak) : 2085-1456; ISSN (*Online*) : 2550-0422

PERHITUNGAN HARGA OPSI EROPA MENGGUNAKAN MODEL *BINOMIAL MULTIPERIODA* (STUDI KASUS SAHAM TELKOM.JK)

Noor Sofiyati

Universitas Nahdlatul Ulama Purwokerto
Email : noor.sofiyati@gmail.com

ABSTRACT. *Multiperiod binomial model is one of the method to determine option price. In binomial model, it is assumed that stock price can only move up or down at each step. In this paper, we studys how to find Europian option payoff from the stock price using multiperiod binomial model with different strike prices. The smallest option price is obtained when the strike price is higher than the stock price.*

Keywords : *option , strike price, multiperiod binomial model*

ABSTRAK. Model binomial multiperioda merupakan salah satu metode untuk menentukan harga opsi. Pada model binomial diasumsikan bahwa harga saham hanya dapat bergerak naik atau turun pada setiap langkahnya. Jurnal ini mengkaji bagaimana mencari *payoff* opsi Eropa dari harga saham dengan model binomial multiperioda dengan *strike price* yang berbeda. Harga opsi terkecil diperoleh pada saat *strike price* lebih tinggi dari harga saham.

Kata Kunci : opsi, *strike price*, model binomial multiperioda

1. PENDAHULUAN

Opsi merupakan suatu kontrak yang memberikan hak pada pemegang kontrak untuk membeli ataupun menjual sebuah aset, dengan acuan harga *strike* tertentu pada waktu tertentu. Pihak yang mendapatkan hak disebut sebagai pembeli opsi (*option buyer*) atau disebut juga pemegang opsi (*option holder*), sedangkan pihak yang menjual opsi dan harus bertanggung-jawab terhadap keputusan pembeli opsi kapan opsi tersebut akan digunakan disebut sebagai penerbit opsi (*option writer*). Batas waktu berlakunya opsi dinamakan dengan waktu jatuh tempo (*expiration date*), dan harga aset yang disepakati oleh *writer* dan *buyer* dinamakan harga pelaksanaan (*strike price* atau *exercise price*).

Berdasarkan fungsinya, opsi dibedakan menjadi dua yaitu opsi beli (*call option*) dan opsi jual (*put option*). Berdasarkan waktu pelaksanaannya, opsi dikenal dalam beberapa jenis, antara lain Opsi Eropa dan Opsi Amerika. Opsi Eropa lebih mudah untuk dianalisa dibanding opsi Amerika karena opsi Eropa dapat dijalankan hanya pada tanggal jatuh tempo. Sedangkan tipe Amerika dapat dijalankan sembarang waktu sampai tanggal jatuh tempo. Pada penelitian ini dikaji opsi Eropa.

Harga opsi merupakan biaya yang dikeluarkan *holder* untuk mendapatkan kontrak opsi, yang pembayarannya dilakukan pada saat kontrak dibuat (Suyono, 2008). Oleh karena itu, pengetahuan tentang bagaimana menentukan harga opsi yang akurat sangat diperlukan *holder* dalam membuat dan memutuskan strategi perdagangannya. Model binomial pertama kali dikembangkan secara simultan oleh Cox, Ross, dan Rubinstein (1979) serta Rendlemen dan Barter(1979) dengan mengasumsikan bahwa dalam suatu interval waktu, harga saham akan naik sebesar faktor u (*up*) dan akan turun sebesar faktor d (*down*) karena dipengaruhi oleh faktor suku bunga. Jurnal ini bertujuan mencari kondisi *strike price* terhadap harga saham yang menghasilkan harga opsi terkecil dengan model binomial multiperioda dengan studi kasus saham Telkom JK.

2. METODE PENELITIAN

Metode yang dilakukan adalah studi literatur dari buku dan jurnal ilmiah terutama yang berhubungan dengan opsi dan model binomial. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yaitu data penutupan harga saham Telkom pada tanggal 4 Juni 2020 dari http ://finance.yahoo.com. Langkah-langkah untuk menentukan harga opsi dengan model binomial (Seydel, 2002) :

1. Input : harga saham S_0, *strike price* K, periode T,suku bunga bebas resiko r, volatilitas σ, banyaknya perubahan harga saham n.
2. Hitung $\Delta t = \frac{T}{n}, u, d$ dan p.
3. Hitung harga saham pada $S_{jn} = S_0 u^j d^{n-j}$, $\quad j = 0,1, \dots , n$.
4. Hitung keuntungan atau nilai opsi pada V_{nj}= maks (S_{jn}- K,0).
5. Hitung nilai opsi pada node i,j V_{ij} untuk $0 \leq i \leq n-1$.
6. Lakukan langkah *backward*, sampai diperoleh harga opsi $V_{0,0}$.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 *Real-World* dan *Risk-Neutral World*

Salah satu cara sederhana untuk menentukan harga opsi adalah model binomial. Selain itu, model ini juga dapat menunjukkan perbedaan antara *real-world* dan *risk-neutral world* dari penentuan harga opsi, tetapi harga opsi yang diperoleh akan sama dengan keakuratan tertentu. Misal, saat $t_0 = 0$ harga saham adalah S_0. Harga saham pada saat $t_1 = T$ adalah S_0u dengan peluang naik p atau S_0d dengan peluang turun $d = 1-p$. Peluang p disini adalah peluang naik yang sesungguhnya. Nilai opsi dengan *strike price* K adalah

$$V_u = maks\,(S_0u - K, O) \tag{1}$$
$$V_d = maks\,(S_0d - K, O)$$

Investor dapat melakukan strategi membeli/menjual saham dan meminjam/menabung dana dari bank agar dapat replikasi opsi untuk mendapat sifat perlindungan dari opsi. Misal Δ adalah jumlah saham yang dibeli dan B adalah dana dari bank. Dana B dari bank ini dapat berupa deposito yang memberikan hasil investasi dengan suku bunga bebas resiko r yang kontinu majemuk. Pada saat akhir tahun, nilai akhir aset adalah

$$\Delta S_0u + Be^{rT} = V_u \tag{2}$$
$$\Delta S_0d + Be^{rT} = V_d$$

Dengan demikian, jumlah saham dan besar dana deposito adalah

$$\Delta = \frac{V_u - Vd}{S_0(u-d)} \tag{3}$$

$$B = e^{-rT}\frac{uVd - dV_u}{u-d} \tag{4}$$

Saat $t_0 = 0$,

$$V_0 = \Delta S_0 + B$$
$$= \frac{V_u - Vd}{u-d} + e^{rT}\,\frac{uVd - dV_u}{u-d}$$
$$= e^{-rT}\,\frac{e^{rT}V_u - e^{rT}Vd + uVd - dV_u}{u-d}$$
$$= e^{-rT}\left(\frac{(e^{rT}-d)V_u}{u-d} + \frac{(u-e^{rT})Vd}{u-d}\right)$$
$$V_0 = e^{-rT}\,(q\,V_u + (1-q)\,V_d). \tag{5}$$

dengan

$$q = \frac{e^{rT} - d}{u - d} . \quad (6)$$

Parameter q dapat interpretasikan sebagai peluang harga saham naik karena $d < e^{rT} < u$. Implikasi dari persamaan (5) untuk mencari nilai ekspektasi dari S_T sebagai berikut.

$$\begin{aligned} E(S_T) &= qS_0u + (1-q)\, S_0d \\ &= S_0\,(qu + (1-p)d\,) \\ &= S_0\,(\frac{e^{rT}-d}{u-d}u + \frac{u-e^{rT}}{u-d}d) \\ &= \frac{S_0}{u-d}\,(e^{rT}u - ud + ud - e^{rT}d) \\ &= \frac{S_0}{u-d}\,e^{rT}\,(u-d) = S_0\,e^{rT} . \end{aligned} \quad (7)$$

Persamaan (6) menyatakan bahwa semua harga saham bertumbuh dengan laju pengembalian (*rate of return*) α sama dengan *risk-free asset r*, atau $\frac{S_r}{S_0} = e^{\alpha T}$, $\alpha = r$. Hal ini bertolak belakang dengan kondisi di dunia nyata (*real world)* dimana pergerakan saham meiliki resiko naik dan turun yang acak. Parameter q pada persamaan (5) disebut peluang dari *risk-neutral world*. Misal, α adalah tingkat pengembalian yang kontinu majemuk. Jika p adalah peluang naik sesunguhnya dari saham, maka p harus konsisten dengan u, d dan α.

$$pS_0u + (1-p)S_0d = e^{\alpha T} ,$$

$$p = \frac{e^{\alpha T} - d}{u - d} . \quad (8)$$

Diasumsikan $d < e^{\alpha T} < u$, maka p berada dalam selang [0,1]. Misalkan γ adalah laju pengembalian kontinu majemuk untuk opsi. Dalam hal ini, $\alpha < \gamma$ karena investasi opsi lebih berisiko daripada investasi saham. Laju pengembalian dari opsi dapat diperoleh dari rata-rata *return* berbobot dari investasi saham dan deposito.

$$e^{\gamma T} = \frac{\Delta S_0}{\Delta S_0 + B}\, e^{\alpha T} + \frac{B}{\Delta S_0 + B}\, e^{rT} . \quad (9)$$

Dengan demikian, penentuan harga opsi menggunakan peluang sesungguhnya dari *real world* dapat diperoleh dengan

$$V_0 = e^{-\gamma T}\,(pV_u + (1-p)\,V_d). \quad (10)$$

Perhitungan opsi dengan asumsi *risk-neutral world* hanya menggunakan tiga persamaan (1), (5) dan (6). Selain itu, perhitungan opsi dengan asumsi *real world* memerlukan lima persamaan (1), (3), (4), (8) dan (10) juga memerlukan tambahan informasi yaitu laju pengembalian opsi α. Dengan demikian, perhitungan harga opsi akan lebih efisien menggunakan asumsi *risk-neutral world*.

3.2. Model Binomial Multiperioda

Misal, saat $t_0 = 0$ harga saham adalah S_0. Menurut model binomial, harga saham pada saat $t_1 = \Delta t$ adalah S_0u atau S_0d. Selanjutnya pada saat $t_2 = 2\Delta t$, harga saham menjadi salah satu dari S_0d^2, S_0ud atau S_0u^2. Dengan meneruskan langkah ini, pada saat $t_j = j\Delta t$ akan terdapat sebanyak $j + 1$ harga saham yang mungkin terjadi,

$$S_{ij} = S_0u^i d^{j-i}, \qquad i = 0,1, \dots , j \tag{11}$$

yang menyatakan harga saham awal S_0 mengalami harga sebanyak i kali serta penurunan harga saham sebanyak $j - i$ kali, dihitung dari saat $t_0 = 0$. Pada saat jatuh tempo $t_n = n\Delta t = T$, terdapat sebanyak $n + 1$ harga saham yang mungkin yaitu $\{S_{in}\}_{i=0,1, \dots , n}$. Misal $\{C_{in}\}_{i=0,1, \dots , n}$ menyatakan nilai-nilai *payoff* (pendapatan) pada saat jatuh tempo untuk opsi *call* Eropa, maka

$$C_{in} = maks\{ S_{in} - K, 0\}, \qquad i = 0,1, \dots , n. \tag{12}$$

Sedangkan nilai-nilai *payoff* pada saat jatuh tempo untuk sebuah opsi *put* Eropa diberikan oleh

$$P_{in} = maks\{K - S_{in}, 0\}, \qquad i = 0,1, \dots , n. \tag{13}$$

Selanjutnya perhitungan *payoff* dilakukan dalam arah mundur untuk memperoleh nilai opsi pada saat $t_0 = 0$. Misal V_{ij} adalah nilai opsi pada saat t_j yang berkaitan dengan nilai saham S_{ij}, dengan $V_{ij} = C_{ij}$ untuk *call* dan $V_{ij} = P_{ij}$ untuk *put*. Nilai opsi dihitung sebagai rata-rata dari nilai opsi $V_{i,j+1}$ dan $V_{i+1,j+1}$ pada sat t_{j+1}. Untuk $i = 0,1, \dots ,j$ dan $j = n - 1, n - 2, \dots ,1,0$,

$$V_{i,j} = e^{-r\Delta t}\,(pV_{i+1,j+1} + (1-p)V_{i,j+1}) \tag{14}$$

dengan p peluang harga saham naik. Formula nilai opsi *call* Eropa untuk $i = 0,1, \dots , j$, $j = n - 1, n - 2, \dots ,1,0$ adalah

$$C_{i,j} = e^{-r\Delta t}\,(pC_{i+1,\,j+1} + (1-p)C_{i,j+1}). \tag{15}$$

Formula nilai opsi *put* Eropa adalah

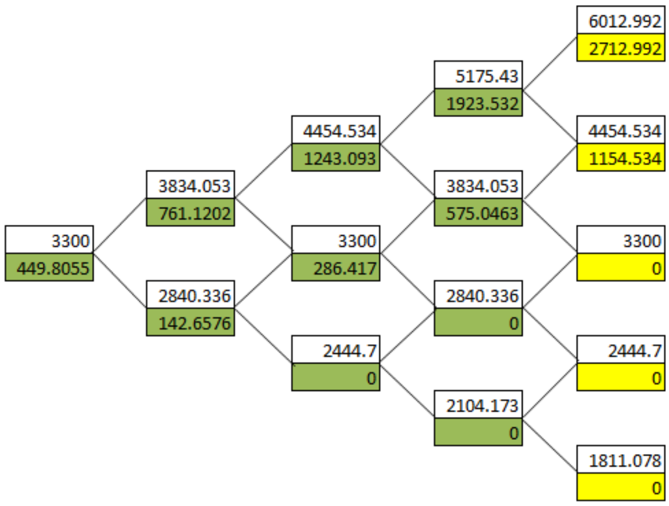
$$P_{i,j} = e^{-r\Delta t}\,(pP_{i+1,\,j+1} + (1-p)P_{i,j+1}). \tag{16}$$

Dengan demikian, harga opsi *call* adalah C_{00} dan harga opsi *put* adalah P_{00}.

3.3. Perhitungan Harga Opsi dengan Model Binomial Multiperioda

Strike Price merupakan sebuah harga kesepakatan dari kontrak opsi saat suatu saham atau indeks tertentu mengalami pemindah tanganan. Diketahui harga saham Telkom pada tanggal 4 Juni 2020 adalah S_0 = 3300, suku bunga bebas resiko r = 0,3; nilai volatilitas σ = 0,25 dan periode T = 1 tahun. Berikut akan ditentukan harga opsi *call* Eropa menggunakan metode binomial 4 langkah. Nilai parameter yang diperlukan adalah u, d, p dan Δt dan nilai *strike price* K. Gambar 1, Gambar 2 dan Gambar 3 menunjukkan harga saham yang dibangkitkan pada bagian atas kotak, dan nilai opsi pada bagian bawah kotak. *Payoff* dihitung pada tiap harga pada kotak diujung kanan atau banyaknya n = 4 langkah binomial mengikuti persamaan (15). Beberapa perhitungan opsi *call* Eropa :

a. Perhitungan opsi *call* Eropa bila harga saham dan *strike price* sama ($K = S_0$)



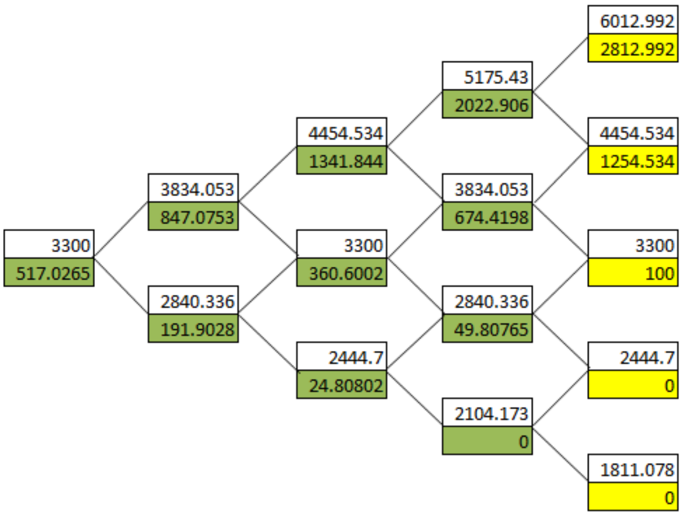
Gambar 1. Pohon binomial perhitungan opsi *call* Eropa dengan $K = S_0$

Gambar 1 menggambarkan pohon binomial dengan 4 periode. Kotak bagian atas menunjukkan kemungkinan pergerakan harga saham dalam 4 periode.

Pada waktu awal t_0, harga saham awal S_0 sebesar 3300 dapat bergerak naik sebesar u dan turun sebesar d, sehingga pada saat t_1 kemungkinan harga saham menjadi S_0*u dan S_0*d dan seterusnya sampai t_4 mengikuti persamaan (11). Kotak bagian bawah menunjukkan perhitungan harga opsi menggunakan metode *backward*. Pada saat akhir periode t_4, nilai opsi dihitung menggunakan persamaan (12). Kemudian nilai opsi pada t_3, t_2, t_1, dan t_0 dihitung menggunakan persamaan (15) sehingga diperoleh harga opsi pada saat t_0 sebesar 449,8055 yang terletak di bawah harga saham awal.

b. Perhitungan opsi *call* bila *strike price* lebih rendah dari harga saham ($K < S_0$)

Misalkan diketahui *strike price* K = 3200

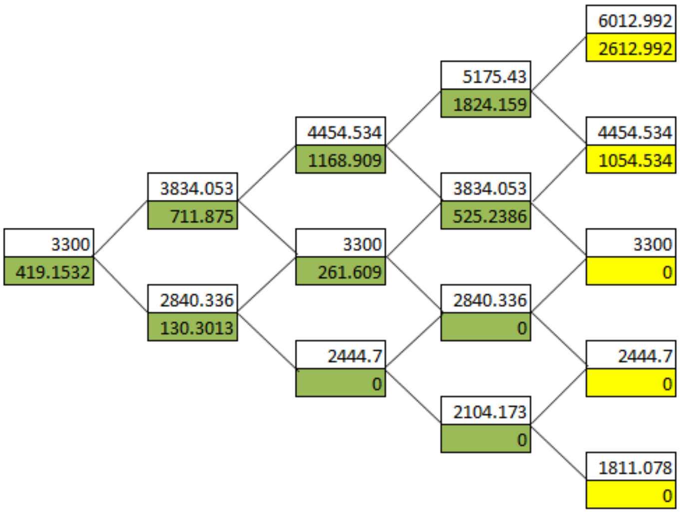


Gambar 2. Pohon binomial perhitungan opsi *call* Eropa dengan $K < S_0$

Pada Gambar 2 harga opsi diperoleh pada saat $C_{0,0}$ yaitu pada kotak bawah di ujung kiri sebesar 517,0265.

c. Perhitungan opsi *call* Eropa bila *strike price* lebih tinggi dari harga saham ($K > S_0$)

Misalkan diketahui K = 3400



Gambar 3. Perhitungan opsi *call* Eropa dengan $K > S_0$

Pada Gambar 3 harga opsi diperoleh pada saat $C_{0,0}$ yaitu pada kotak bawah di ujung kiri sebesar 419,1532.

Tabel 1. Perbandingan hasil Perhitungan Opsi dengan *strike price* K berbeda

Kondisi	Harga Opsi
$K < S_0$	517,0265
$K = S_0$	449,805
$K > S_0$	419,1532

4. KESIMPULAN

Dari penjelasan yang telah diberikan, diperoleh kesimpulan bahwa harga opsi terkecil untuk saham Telkom pada tanggal 4 Juni 2020 dengan model *binomial multiperioda* dihasilkan bila *strike price* lebih tinggi dari harga saham.

DAFTAR PUSTAKA

Cox, J. C., Ross, S. A., Rubinstein, M., *Option pricing A simplified approach. Journal of Financial Economics,* **7**(3) (1979), 229-263.

Higham, D. J., *Financial Option Valuation*, Cambridge University Press, 2004.

Kuncoro, A. S., Syamsuddin, M., dan Sumarti, N., *Matematika Keuangan*, ITB Press, 2019.

Nosry, M., dkk., *Penentuan Harga Opsi Put dan Call Tipe Eropa terhadap Saham menggunakan Model Black-Scholes*, Jurnal Gaussian, **6**(3) (2017). 407-417.

Pramuditya, S. A., *Perbandingan Metode Binomial dan MetodeBlack-Scholes dalam Penentuan Harga Opsi*, Jurnal Sainsmat, V (2016), 1-6.

Rendleman, R. J., Jr., dan Barter, B.J., *Two-State Option Pricing*. Journal of Finance, **24** (1979), 1093-1110.

Seydel, R., *Tools for Computational Finance*, SpringerVerlag, Berlin, 2002.

Suyono , *Pemodelan nilai opsi tipe Eropa*, Bogor, Institut Pertanian Bogor, 2008.